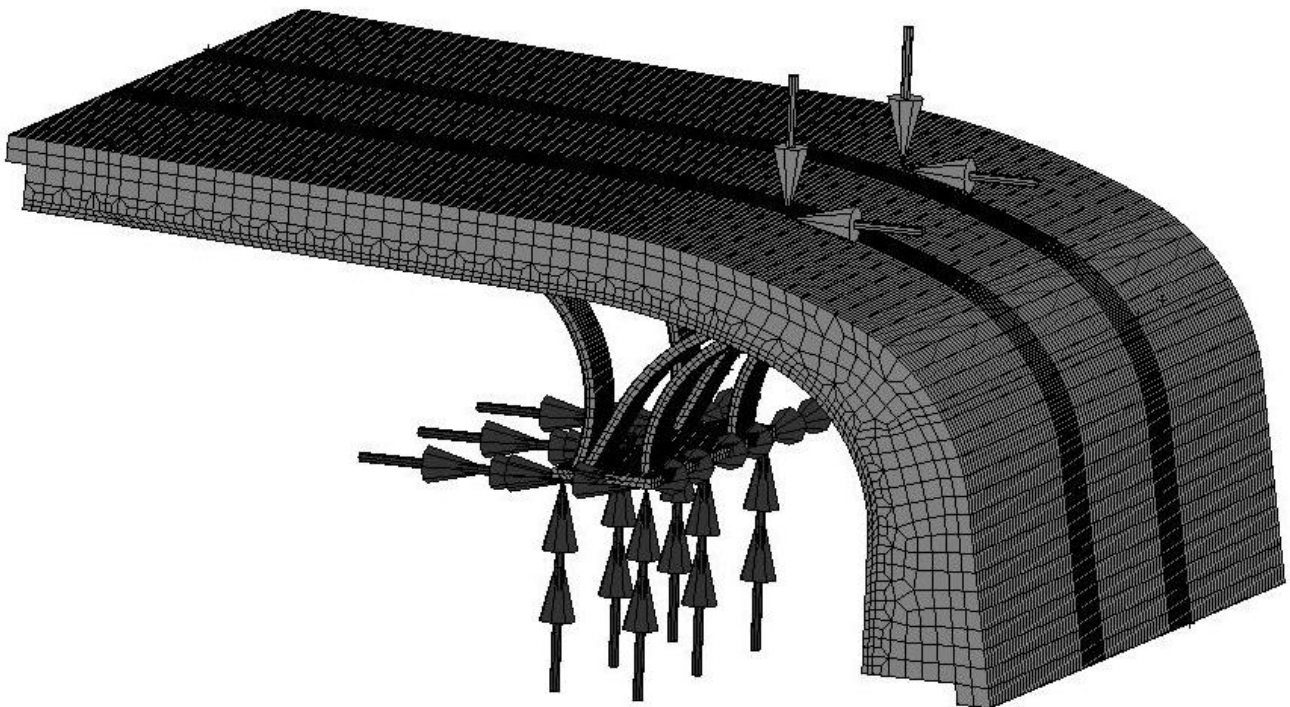


Sprungtisch



Studenten: Philippe Wyss
Mario Kuster

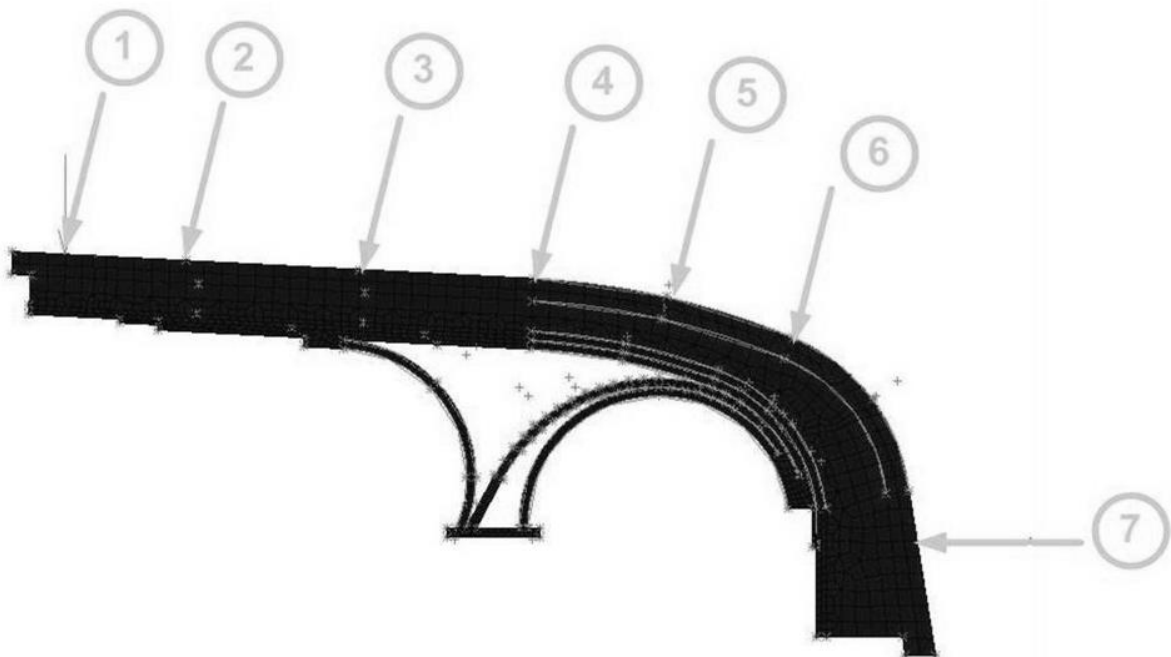
Datum: 09.07.2004

Inhaltsverzeichnis

1.	Zusammenfassung.....	3
1.1	kritischste Belastung.....	3
1.2	max. Spannungen bei den drei Hauptbeanspruchungen	4
1.3	Sicherheiten.....	5
1.4	Einfluss der Schutzschicht.....	5
2.	Aufgabenstellung	6
2.1	Aufgabe	6
2.2	Lernziele.....	7
2.3	Abklärungen	7
2.4	Annahmen	8
2.5	Erwartungen	9
3.	Bericht.....	10
3.1	Vorgehen.....	10
3.2	Handrechnung	10
3.2.1	Werkstoffkennwerte der Glasfaserplatte.....	11
3.2.2	Sprungtisch	12
3.3	Netzaufbau	16
3.3.1	Materialzuweisung	21
3.3.2	Lagerung.....	22
3.3.3	Netzverfeinerung.....	23
3.3.4	Teilverfeinerung	27
3.3.5	Netzauswahl	35
3.4	Einfluss von Kontakt	37
3.5	Einfluss der Schutzschicht.....	40
3.6	Ermittlung der kritischsten Stelle.....	44
3.6.1	Kräfteeinfluss auf unteren Bereich des Sprungtisches	48
3.6.2	Maximalspannungen	51
3.6.3	Sicherheit.....	54
3.6.4	Fazit.....	54
3.7	Elementtypenvergleich	55
3.7.1	3D- Netz (Elementtyp 7).....	55
3.7.1	Auswertung Elementtypenvergleich	61
4.	Verbesserungsvorschläge.....	62
4.1	Weitere Untersuchungen	62
5.	Erfahrungen	63

1. Zusammenfassung

1.1 kritischste Belastung



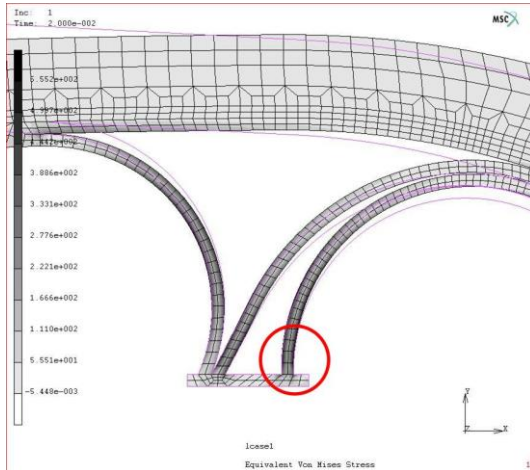
Messstelle	Vergleichs-Spannung	
1	549.13	N/mm ²

Die grösste Vergleichsspannung tritt bei der Belastung an der Messstelle 1 im Winkel von 15° auf.

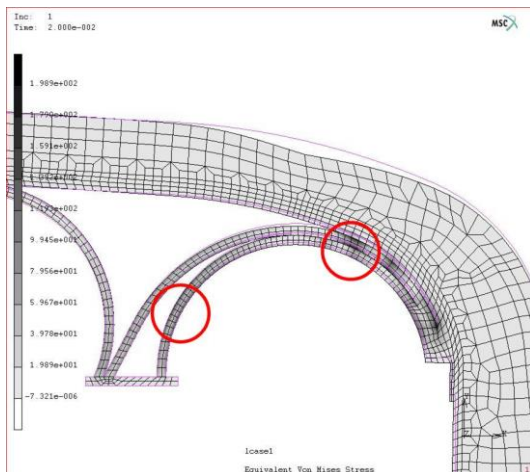
Diese Kraft entsteht jedoch nur bei falscher Ausführung des Überschlages und wird deshalb nur von Amateuren bewirkt. Diese bringen jedoch kaum die gleiche Kraft auf den Sprungtisch, welche Profis bewirken (9'500N). Daher darf dieser kritischste Fall auch ein wenig schwächer bewertet werden.

Für eine falsche Benützung, z.B. durch Absprung von der Tischkante, bleibt diese Belastung aber kritisch und muss daher vermieden werden.

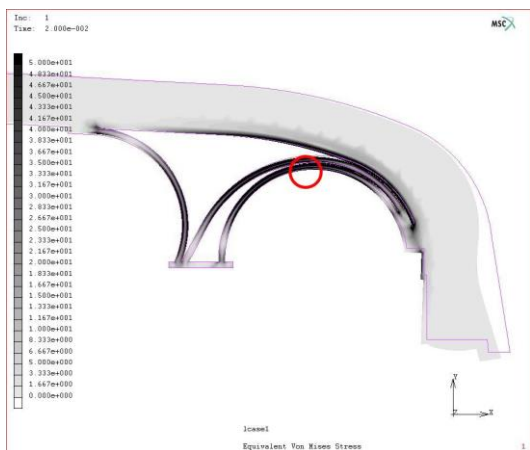
1.2 max. Spannungen bei den drei Hauptbeanspruchungen



Messstelle 1:
550 N/mm²



Messstelle 5:
 Federkontaktstellen (ohne Reibung):
 185 N/mm²
 in der linken Feder:
 150 N/mm²



Messstelle 7 (Unfall):
190 N/mm²

1.3 Sicherheiten

Messstelle	Sicherheit
1	$S_F = 0.67$
2	$S_F = 0.93$
3	$S_F = 1.77$
4	$S_F = 1.77$
5	$S_F = 2.00$
6	$S_F = 1.20$
7	$S_F = 1.96$

Die Sicherheiten sind gegen Fließen berechnet. Für eine vollplastische Verformung müsste aber der ganze Querschnitt über der Zuggrenze liegen, was hier nicht der Fall ist.

Somit kann man sagen, dass die Blattfedern die momentane Krafteinwirkung ertragen, aber mit der Zeit Schaden nehmen könnten.

Daher empfehlen wir, die Auswahl von St- 37 noch einmal zu überprüfen oder mindestens noch einmal zu überdenken.

1.4 Einfluss der Schutzschicht

Die von uns angenommene Schutzschicht entspricht zwar nicht der Realität, verhält sich aber ähnlich.

Sie dämpft nicht nur den Stoss, sondern verteilt die dabei auftretende Kraft auch gleichmässig auf die Glasfaserplatte.

1.5 Verbesserungsvorschläge

Die drei tragenden Blattfedern müssen nicht zu einem Kreis geformt werden. Es könnte auch reichen, wenn man diese alle 30° zu einem Polygon biegt. Dadurch würden Herstellungskosten gespart.

Der Sprungtisch sollte noch dynamisch, mit Berücksichtigung von Massenträgheiten, berechnet werden.

2. Aufgabenstellung



Foto: <http://www.kkvsh.ch>



Foto: <http://www.kkvsh.ch>

Bild 1: Sprungtisch mit Belastung vom Turner

Die Unterkonstruktion bis zu den gelben Blattfedern ist als starr anzunehmen.

2.1 Aufgabe

1. bei unterschiedlicher statischer Beanspruchung wie bei einem Überschlag, bei einem Unfall oder beim Niedersprung vom Tischende die kritische(n) Stelle(n) finden
2. die kritischste Belastung finden
3. Sicherheit gegen Fließen
4. Verbesserungsvorschläge

2.2 Lernziele

1. Praxisbezogene FEM- Berechnung
2. Elementkontakt berücksichtigen

2.3 Abklärungen

- Masse des Sprungtisches
- Materialeigenschaften
- Richtung der Belastung
- Verhalten des Pferdsprunges bei dynamischer Belastung

Spieth (der Hersteller dieses Sprungtisches) hat uns wegen ihrem Geschäftsgeheimnis keine Angaben über die Abmasse und die Werkstoffeigenschaften des Sprungtisches geben dürfen.

Sie haben uns aber folgende Angaben machen können:

- Blattfedern sind aus St- 37
- Glasfaserplatte besteht aus zwei Epoxiharz- Verbundplatten, welche miteinander verbunden sind
- die Belastungen bei einem Sprung sind bis zu 900kg

2.4 Annahmen

- Unterkonstruktion (bis zu den gelben Blattfedern) ist starr
- die Belastung teilt sich gleichmässig auf die zwei Blattfernpakete auf
- die Sprungtischablage ist von vorne gesehen flach

Da Spieth uns nicht alle Angaben über den Sprungtisch geben konnte, machten wir folgende Annäherungen

- Masse aus Fotos, den FIG- Abmessungen und direkt an einem Sprungtisch gemessen
- Werkstoffeigenschaften der Glasfaserplatte berechnet
- Werkstoffeigenschaften der Schaumstoffschicht durch die auf einem Video zu sehende Verformung abschätzen
- Glasfaserplatte fest mit der Blattfeder verbunden (in Wirklichkeit verklebt)
- Schweissnähte behandeln wir wie ein Werkstück

Der Sprungtisch besteht aus folgenden Elementen:

1. Gummischicht (beiger Überzug)
 - E-Modul = 25 N/mm^2
 - Poissonzahl $\nu = 0.4$
2. Schaumstoffschicht (gelbe Zwischenschicht)
 - E-Modul = 0.3 N/mm^2
 - Poissonzahl $\nu = 0.4$
3. Glasfaserplatte (weiss)
 - E-Modul = $27'300 \text{ N/mm}^2$
 - Poissonzahl $\nu = 0.35$
4. Blattfedern St-37 (gelbe Bogen)
 - E-Modul = $210'000 \text{ N/mm}^2$
 - Poissonzahl $\nu = 0.3$

2.5 Erwartungen

- die Schutzschicht dämpft vor allem den Stoss
- die kritischste Belastung ist bei F3 (Bild 2), da bei einem Unfall die grösste Kraft auf den Sprungtisch wirkt
- die mittlere Blattfeder ist vor allem für die Versteifung des Tisches gedacht. Sie wird aber am wenigsten belastet.
- Bei gegebener Belastung (F_i) nehmen wir die maximalen Spannungen (σ_i) an den gekennzeichneten Orten in Bild 2 an.

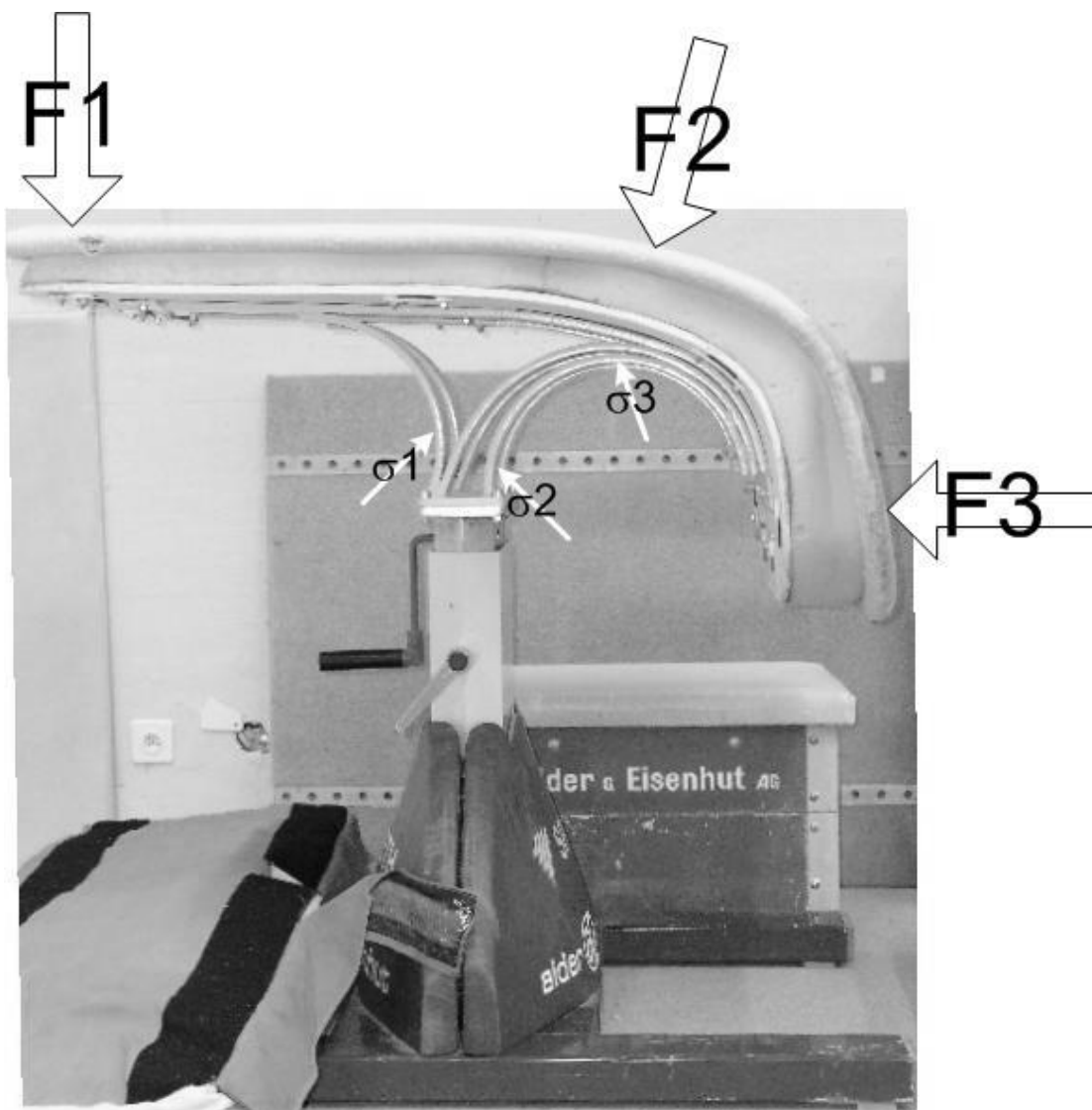


Bild 2: Annahme der max. Spannung bei gegebener Belastung

3. Bericht

3.1 Vorgehen

1. Handrechnung der Verschiebung durchführen
2. Netzaufbau durch vermessen von Fotos
3. Pilotstudie mit verschiedenen feinen Netzen durchführen
4. Auswahl des am geeignetsten Netzes
5. Modellieren des Netzes
6. Durchführen der FEM-Analyse
7. Auswertung der Resultate
8. Optimierung des Netzes
9. Verfassen der Dokumentation

3.2 Handrechnung

1. Werkstoffeigenschaften berechnen.
2. Den Sprungtisch so schematisch zeichnen, dass er vom Original nicht zu sehr abweicht, aber berechenbar ist.

3.2.1 Werkstoffkennwerte der Glasfaserplatte

$$E_p = \varphi \cdot E_F + (1 - \varphi) \cdot E_M = \varphi(E_F - E_M) + E_M$$

$$E_F = 80'000N / mm^2 \rightarrow E - \text{Modul der Fasern}$$

$$E_M = 3500N / mm^2 \rightarrow E - \text{Modul der Matrix}$$

$$\varphi = 0.3 < \varphi < 0.7$$

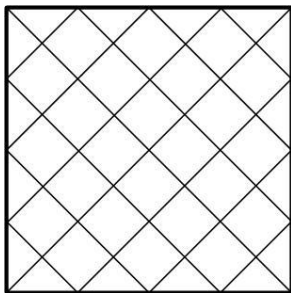
$$\text{Annahme: } \varphi = 0.5$$

- **E-Modul parallel zur Verstärkungsrichtung**

$$E_p = 0.5 \cdot 80'000N / mm^2 + (1 - 0.5) \cdot 3500N / mm^2 = \underline{\underline{41'750N / mm^2}}$$

- **E-Modul quer zur Verstärkungsrichtung**

$$E_q = \frac{E_F}{\varphi + (1 - \varphi)^2 \cdot \frac{E_F}{E_M}} = \frac{80'000N / mm^2}{0.5 + (1 - 0.5)^2 \cdot \frac{80'000N / mm^2}{3500N / mm^2}} = \underline{\underline{12'873.56N / mm^2}}$$



$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$$

$$k_x = 0.5$$

$$k_y = 1 - k_x = 0.5$$

$$E_x = k_x \cdot E_p + k_y \cdot E_q = \underline{\underline{27311.78N / mm^2}}$$

$$E_y = k_y \cdot E_p + k_x \cdot E_q = \underline{\underline{27311.78N / mm^2}}$$

3.2.2 Sprungtisch

Vor der Handrechnung mussten wir die Umriss auf dem FEM zeichnen, damit wir die Masse des Sprungtisches hatten.

Dann vereinfachten wir den Tisch soweit, dass er theoretisch berechenbar ist (Bild 1), aber noch möglichst nahe an das Original kommt. Dazu machten wir folgende Vereinfachungen:

- ohne Schutzschicht (= ohne Gummi- und Schaumstoffschicht)
- Sprungtischablage horizontal (ohne 3°)
- ab der rechten Verbindung der Blattfedern, hören diese auf
- der Radius auf der rechten Seite der Glasfaserplatte ist bis zu der Verbindung der Blattfedern gleich gross

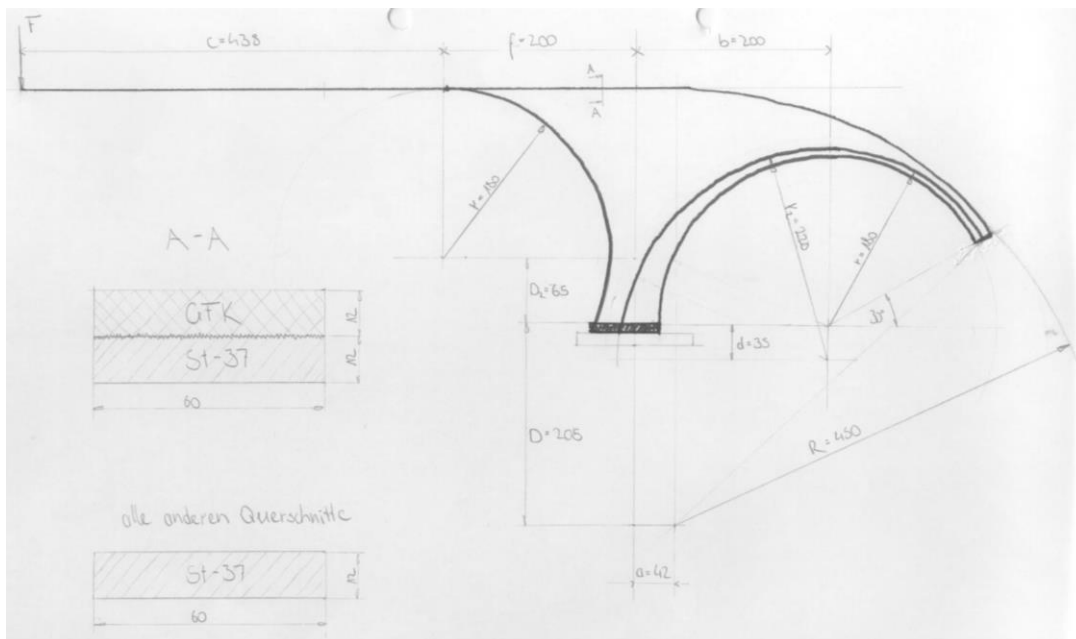


Bild 1: erste Vereinfachung des Sprungtisches

Mit dieser Zeichnung (Bild 1) gingen wir zu einem unserer Lehrer und fragten um Rat. Dieser empfahl uns die rechneten zwei Blattfedern zu einer zusammen zu fügen (Bild 2).

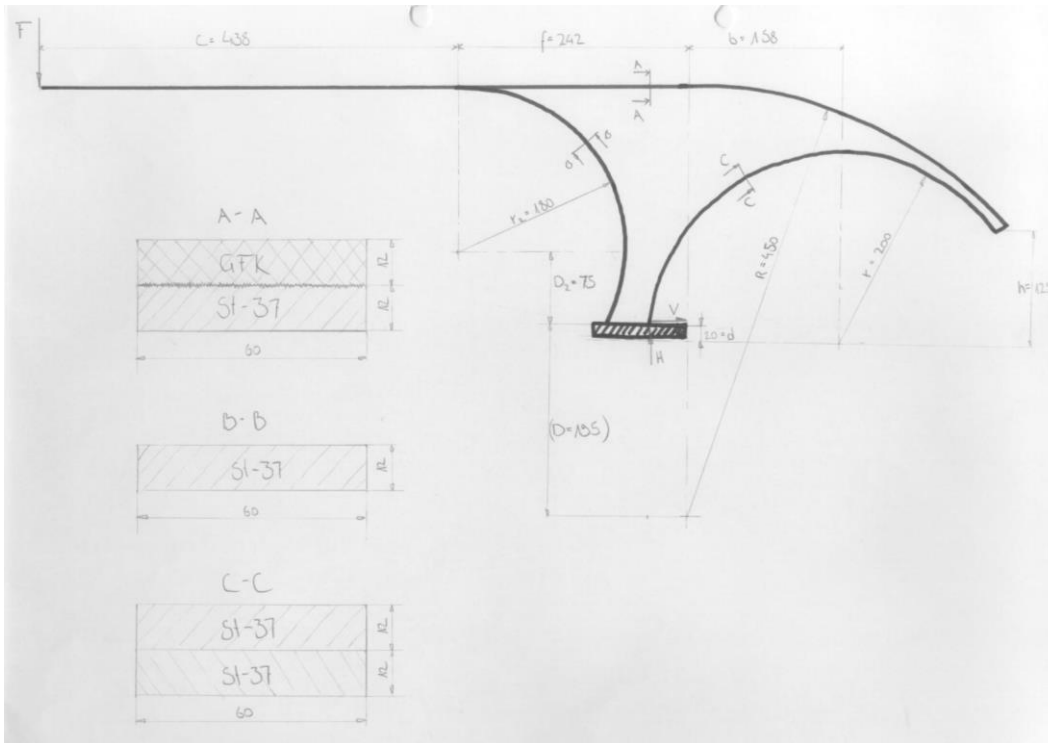


Bild 2: zweite Vereinfachung des Sprungtisches

Mit dieser Zeichnung (Bild 2) gingen wir zu einem anderen Lehrer und dieser riet uns, die Zeichnung noch so weit zu vereinfachen, damit das Gebilde nicht mehr statisch unbestimmt ist. Daraus ergab sich Bild 3, welches wir dann von Hand berechneten und mit dem FEM-Netz verglichen.

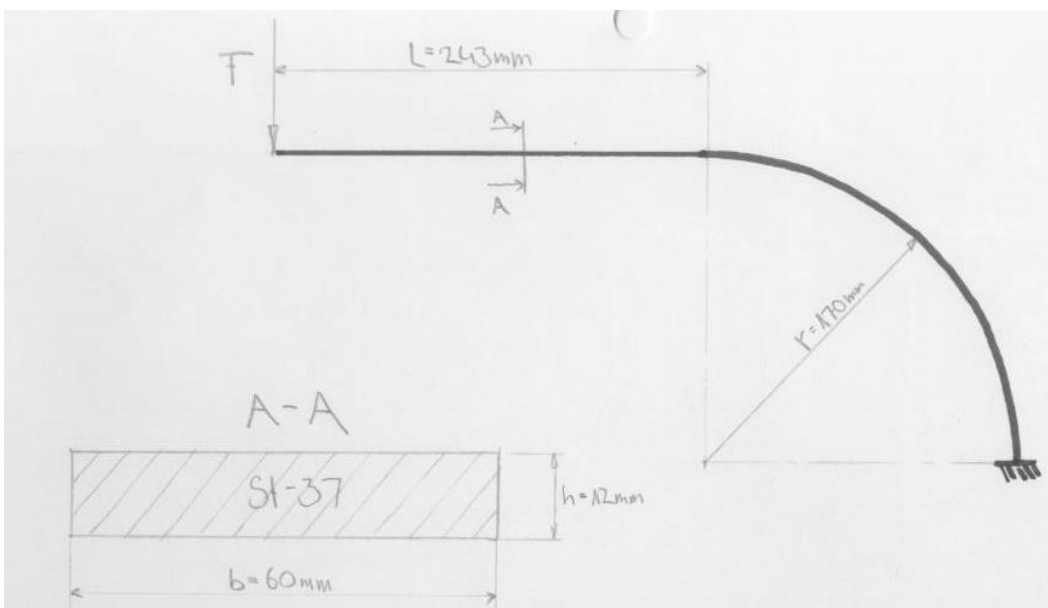


Bild 3: Model unsere Handrechnung

3.2.2.1 Handrechnung

$$F = 1'000N$$

$$E = 210'000N/mm^2$$

$$l \approx 243mm$$

$$r = 170mm$$

$$h = 12mm$$

$$A = h \cdot b = 12mm \cdot 60mm = 720mm^2$$

$$M_{b1} = F \cdot x$$

$$\frac{\partial M_{b1}}{\partial F} = x$$

$$M_{b2} = F \cdot (l + r \cdot \sin(\varphi))$$

$$\frac{\partial M_{b2}}{\partial F} = l + r \cdot \sin(\varphi)$$

$$\begin{aligned}
 v_y &= \int_0^l \frac{M_{b1}}{E \cdot I} \cdot \frac{\partial M_{b1}}{\partial F} \cdot dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_{b2}}{E \cdot I^*} \cdot \frac{\partial M_{b2}}{\partial F} \cdot r \cdot d\varphi = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^l F \cdot x \cdot x \cdot dx + \frac{r}{E \cdot I^*} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} F \cdot (l + r \cdot \sin(\varphi)) \cdot d\varphi \\
 &= \frac{F}{E \cdot I} \cdot \frac{1}{3} \cdot [x^3]_0^l + \frac{F \cdot r}{E \cdot I^*} \cdot \left[l^2 \cdot \varphi - 2 \cdot l \cdot r \cdot \cos(\varphi) + r^2 \cdot \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right) \right]_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{F \cdot r}{E \cdot I^*} \cdot \left(l^2 \cdot \frac{\pi}{2} + r^2 \cdot \frac{\pi}{4} + 2 \cdot l \cdot r \right)
 \end{aligned}$$

$$\sigma_a = \frac{F_N}{A} + \frac{M_b}{r \cdot A} + \frac{M_b \cdot r}{I^*} \cdot \frac{e_a}{r + e_a} = -\frac{F}{A} + \frac{F \cdot (l+r)}{r \cdot A} + \frac{F(l+r)}{I^*} \cdot \frac{r \cdot \frac{h}{2}}{2 \cdot r + \frac{h}{2}}$$

$$\sigma_i = \frac{F_N}{A} + \frac{M_b}{r \cdot A} + \frac{M_b \cdot r}{I^*} \cdot \frac{e_a}{r + e_a} = -\frac{F}{A} + \frac{F \cdot (l+r)}{r \cdot A} - \frac{F(l+r)}{I^*} \cdot \frac{r \cdot \frac{h}{2}}{2 \cdot r + \frac{h}{2}}$$

$$\frac{\frac{h}{2}}{r} = \frac{6mm}{170mm} = 0.035 \Rightarrow I^* \approx I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{A \cdot h^2}{12}$$

$$v_y \approx \frac{F}{E \cdot I} \left(\frac{l^3}{3} + \frac{r \cdot l^2 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot l \cdot r^2 + \frac{r^3 \cdot \pi}{4} \right)$$

$$\sigma_a \approx \frac{F}{A} \cdot \left(\frac{l}{r} + \frac{12 \cdot r \cdot (l+r)}{h \cdot (2 \cdot r + h)} \right)$$

$$\sigma_i \approx \frac{F}{A} \cdot \left(\frac{l}{r} - \frac{12 \cdot r \cdot (l+r)}{h \cdot (2 \cdot r + h)} \right)$$

3.2.2.2 FEM- Vergleich

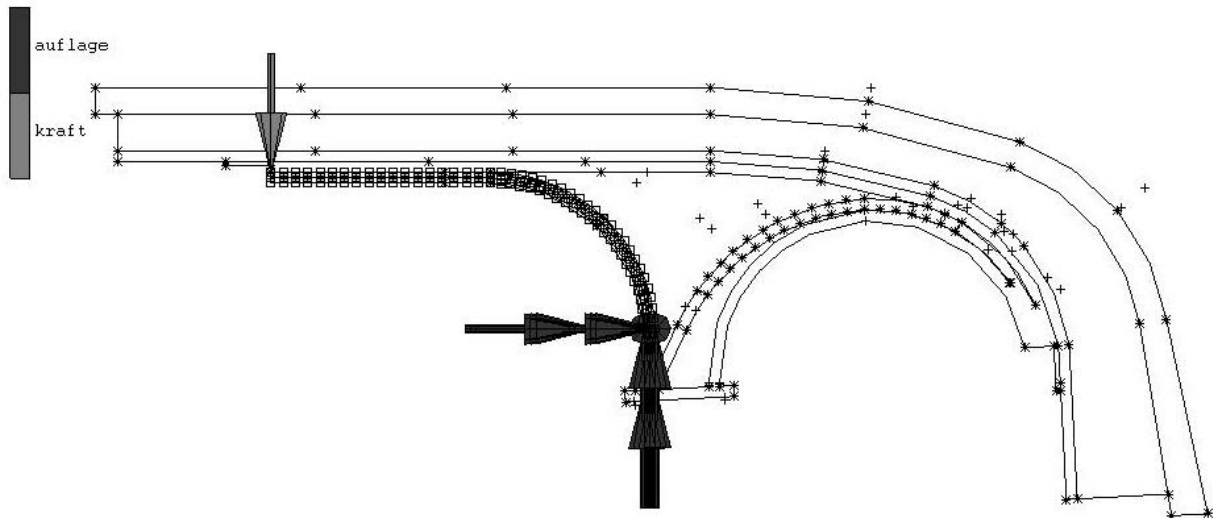


Bild 4: Lagerung des FEM- Modells für die Handrechnung

	Handrechnung	Elementtyp 3 (2D)	Elementtyp 7 (3D)
v_y	21.194 mm	15.531 mm	15.081 mm
σ_a	278.948 N/mm ²	218.426 N/mm ²	229.669 N/mm ²
σ_i	-274.977 N/mm ²	-235.714 N/mm ²	-247.743 N/mm ²

Tabelle 1: Vergleich der Elementtypen

Wir haben keine Ahnung, was wir dazu sagen sollten. Deshalb begnügen wir Sie als Leser mit einem Witz.

Es wartet eine Kraft am Bahnhof. Etwas später trifft auch der Metallstab ein. Da sagt die Kraft zum Metallstab: „Du bist etwas in Verzug“.
 „Hi, hi, hi, ha, ha, ha, ho, ho, ho. Gar nicht witzig.“

3.3 Netzaufbau

Als erstes mussten wir die Masse am direkt am Sprungtisch und aus den von uns gemachten Fotos heraus messen. Die Masse des Umrisses konnten wir von den FIG- Abmessungen nehmen (Bild 1 & 2), welche Spieth auf seiner Homepage publiziert hat (<http://www.spieth-gymnastic.com/Sprung.PDF>).

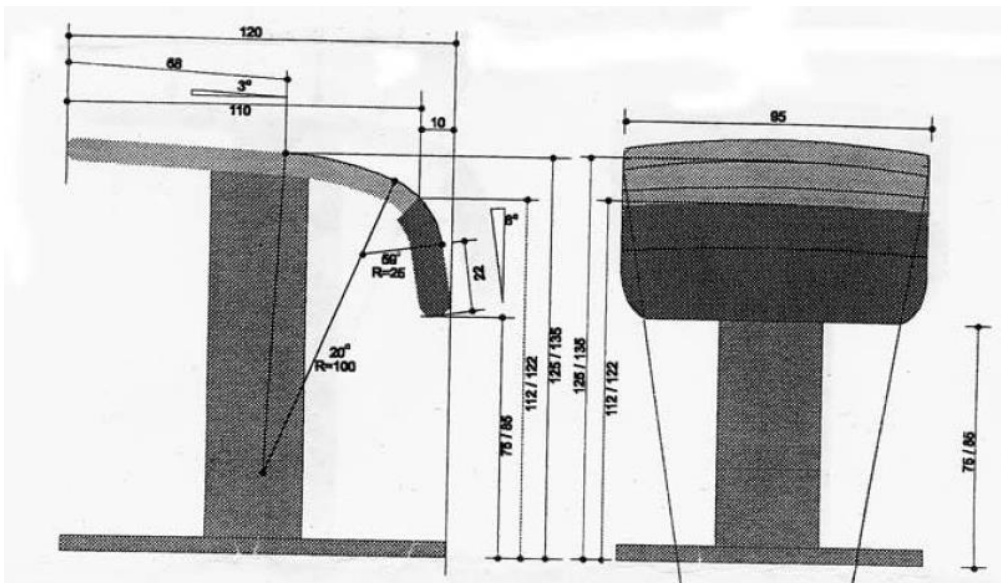


Bild 1: FIG- Abmessungen

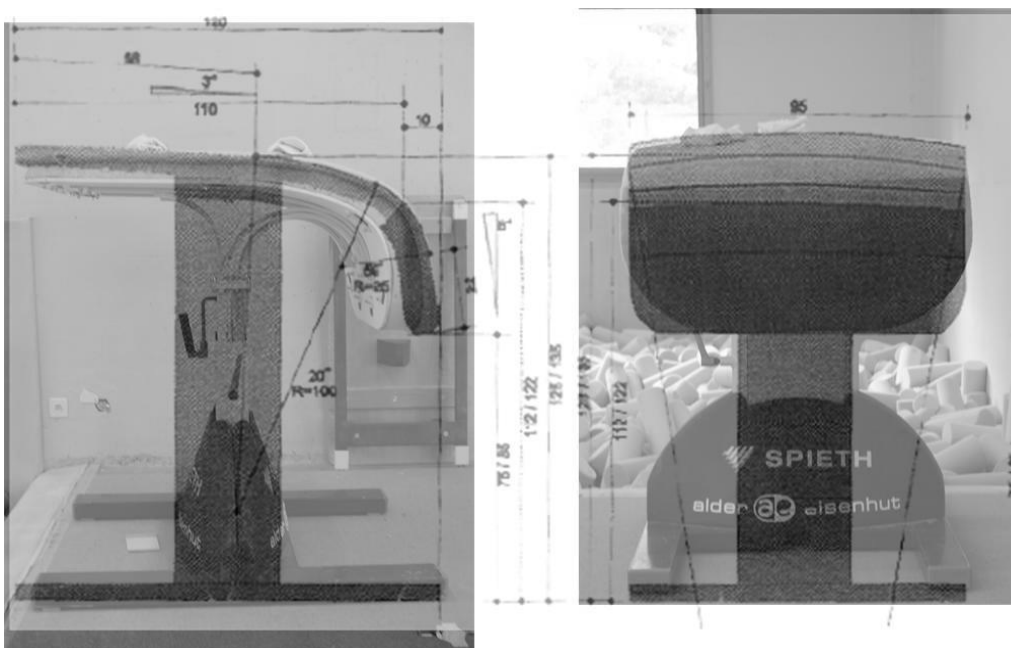


Bild 2: Fotos mit FIG- Abmessungen überblendet

Für die Radien der Blattfedern und den Abstand der Mittelpunkte dieser Radien zur Befestigung, massen wir aus den Fotos heraus, welche wir mit Kreisen auf dem Computer nachzeichneten (Bild 3 & 4).

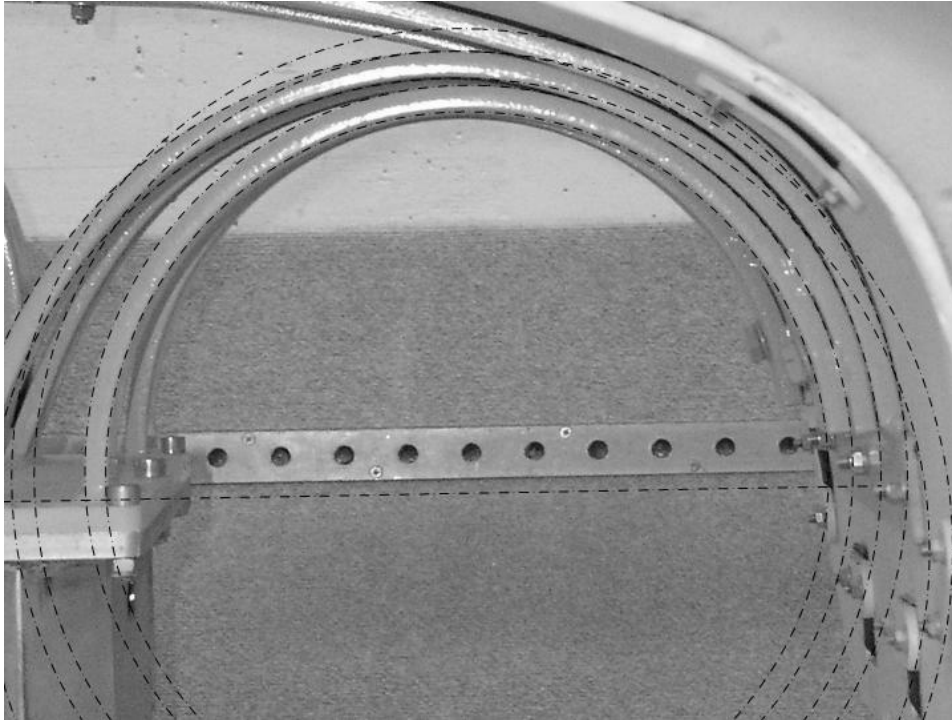


Bild 3: Blattfeder in Anlaufriechung

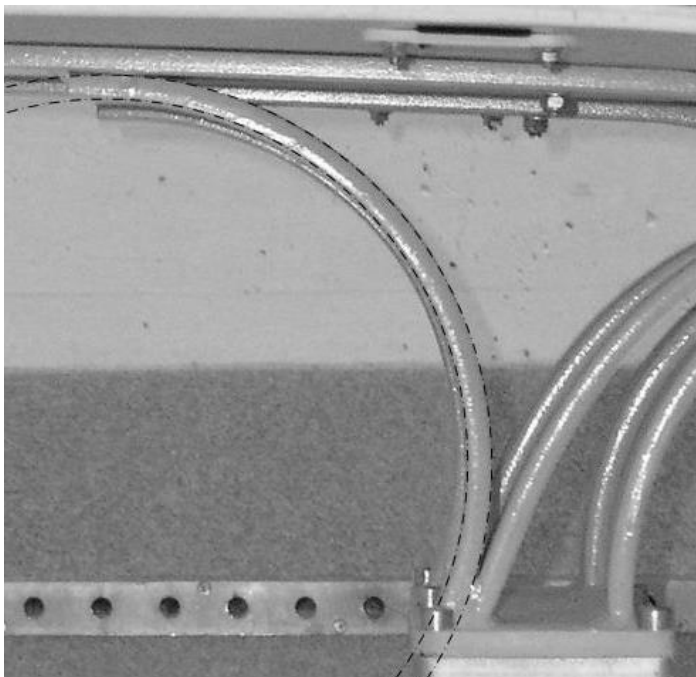


Bild 4: Blattfeder in Richtung Landung

Mit diesen so ermittelten Massen konnten wir das Netz mit Curves auf dem FEM zeichnen (Bild 5). Für die Kurven, welche tangential zur Geraden und tangential zum Radius sein mussten, nahmen wir das CAD zur Hilfe (Bild 6).

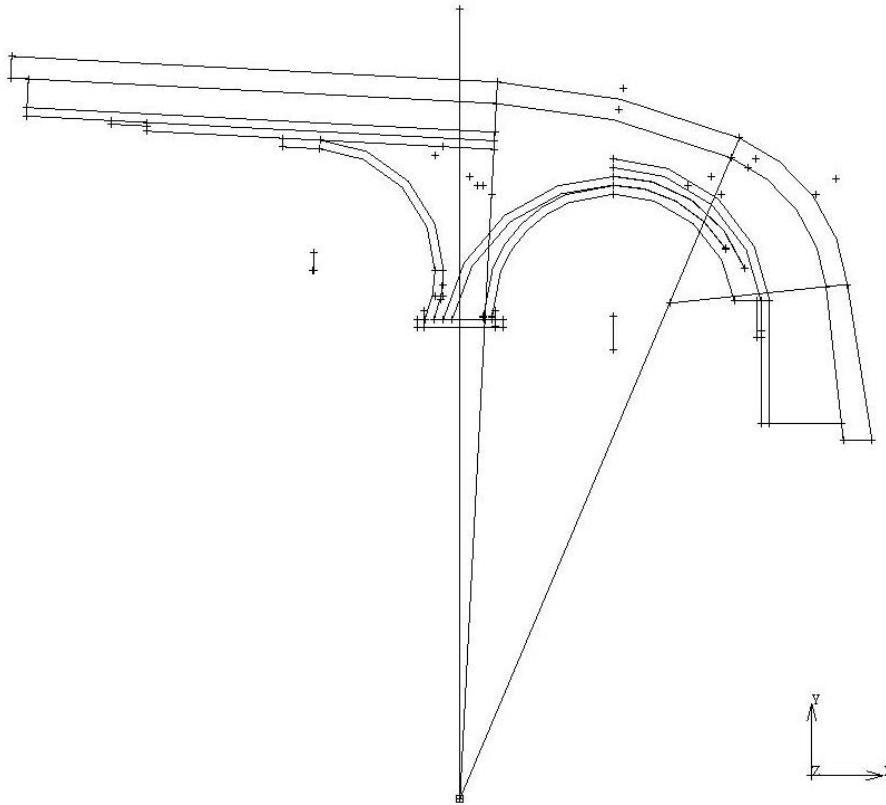


Bild 5: auf dem FEM mögliches Netz

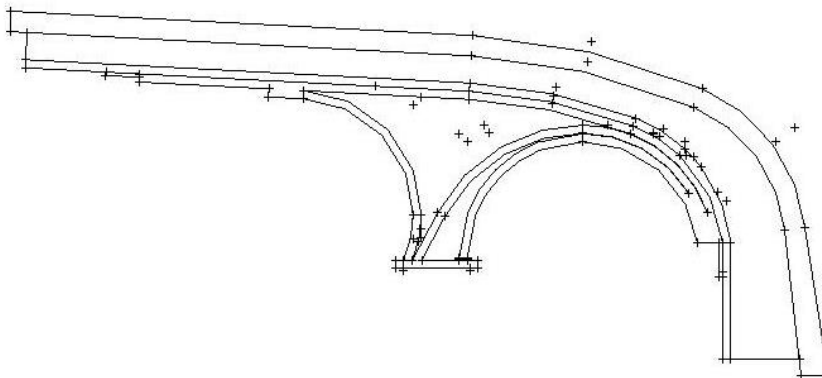


Bild 6: mit dem CAD fertig gestelltes Netz

Nun füllen wir das Netz mit Hilfe von Curves Divisions mit Elementen (Bild 7).

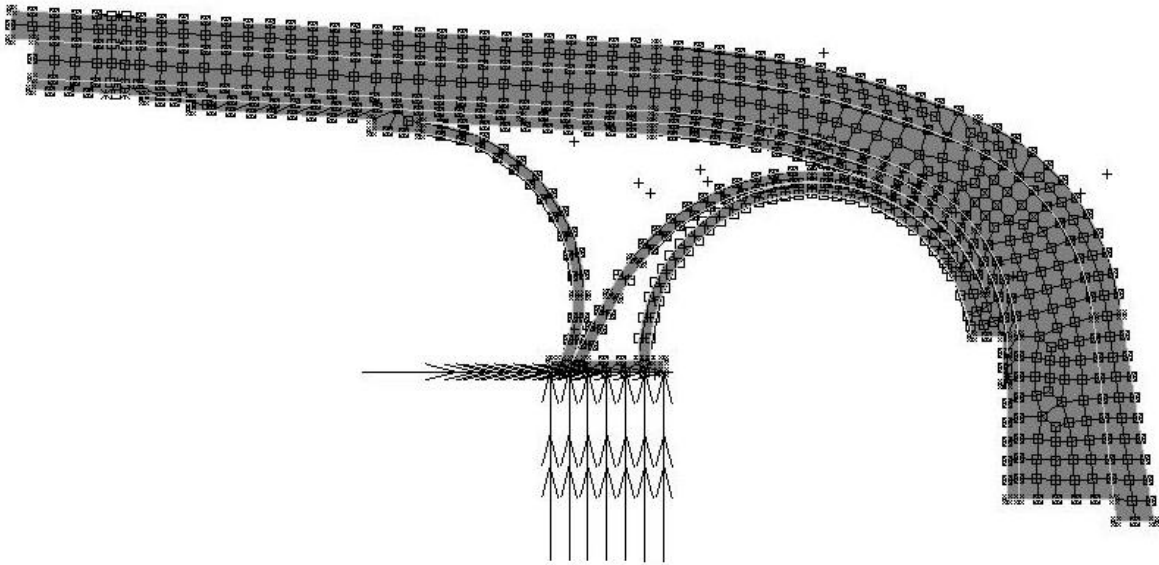


Bild 7: Netz mit Elementen gefüllt

Vergleich zwischen Original und Netz

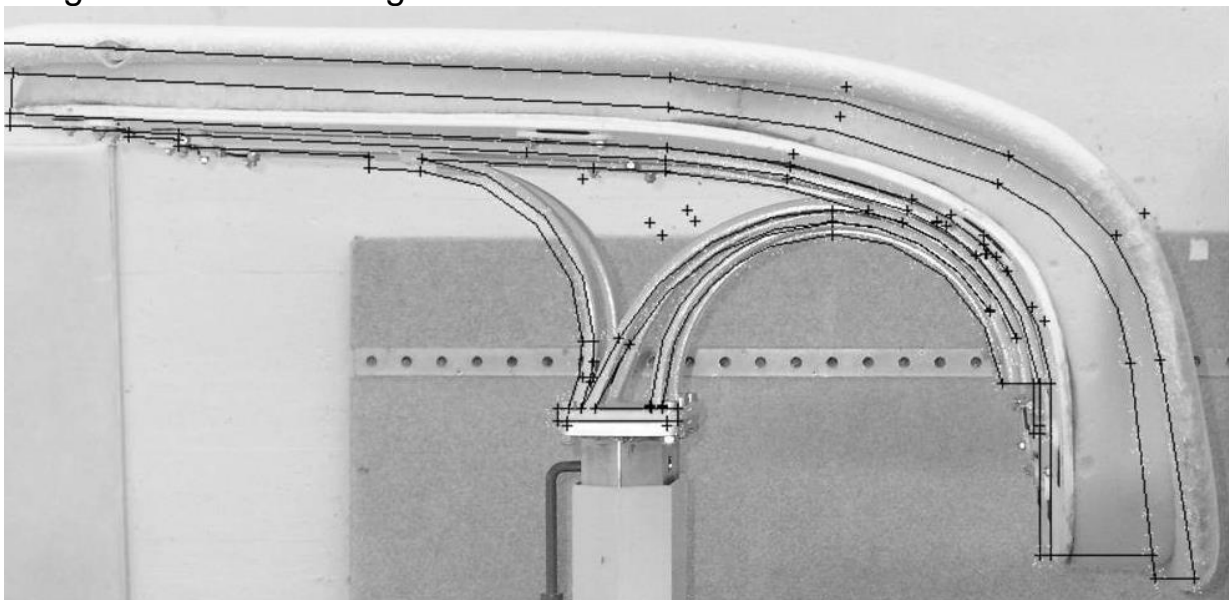


Bild 8: Vergleich zwischen Blattfedern und unserem FEM- Netz

Bei der Blattfeder auf der linken Seite ist die obere Befestigungsstelle bei unserem Netz um etwa 4cm zu weit rechts, was bei einer weiteren Berechnung berücksichtigt werden muss.

Die obere der zwei rechten Blattfedern stimmt bei unserem Netz nicht ganz überein, da wir den grösseren Kreis an der höchsten Stelle tangential an den kleineren Kreis gelegt haben. In Wirklichkeit geht der grössere Kreis noch etwas nach oben, was von der Fertigung her kommen kann. Diese Abweichung ist aber relativ klein und hat wahrscheinlich nur einen geringen Einfluss auf die Resultate.

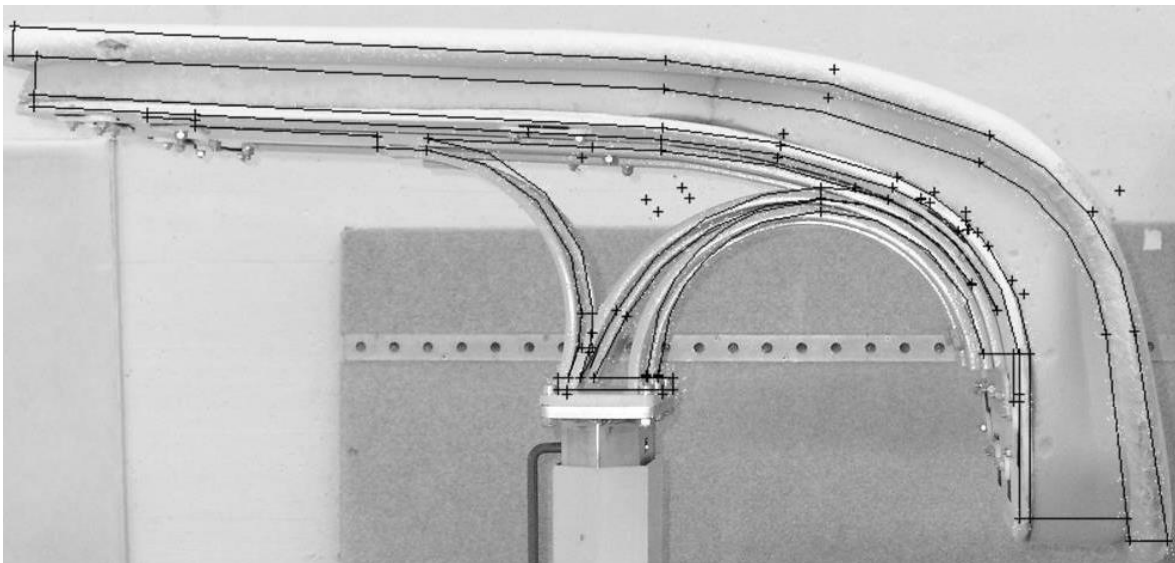


Bild 9: Vergleich zwischen Schutz und unserem FEM- Netz

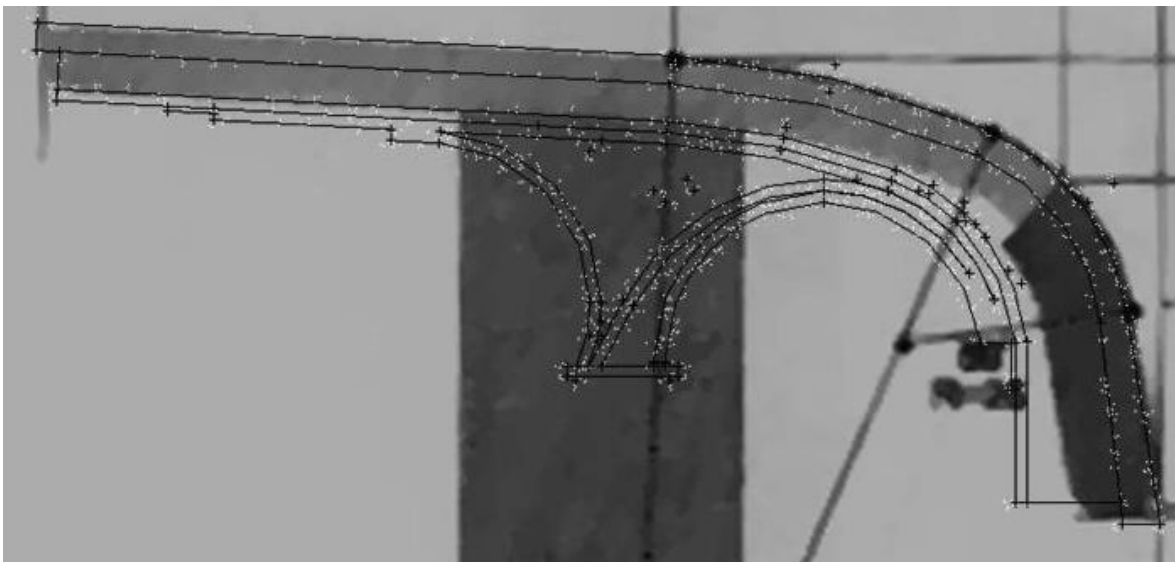


Bild 10: Vergleich zwischen FIG- Abmessungen und FEM- Netz

Wie man in Bild 9 sehen kann, passt unser Netz nicht ganz mit dem Sprungtisch überein. Jedoch ist unser Netz nach den Abmessungen des FIG angepasst (Bild 10) und somit genauer.

3.3.1 Materialzuweisung

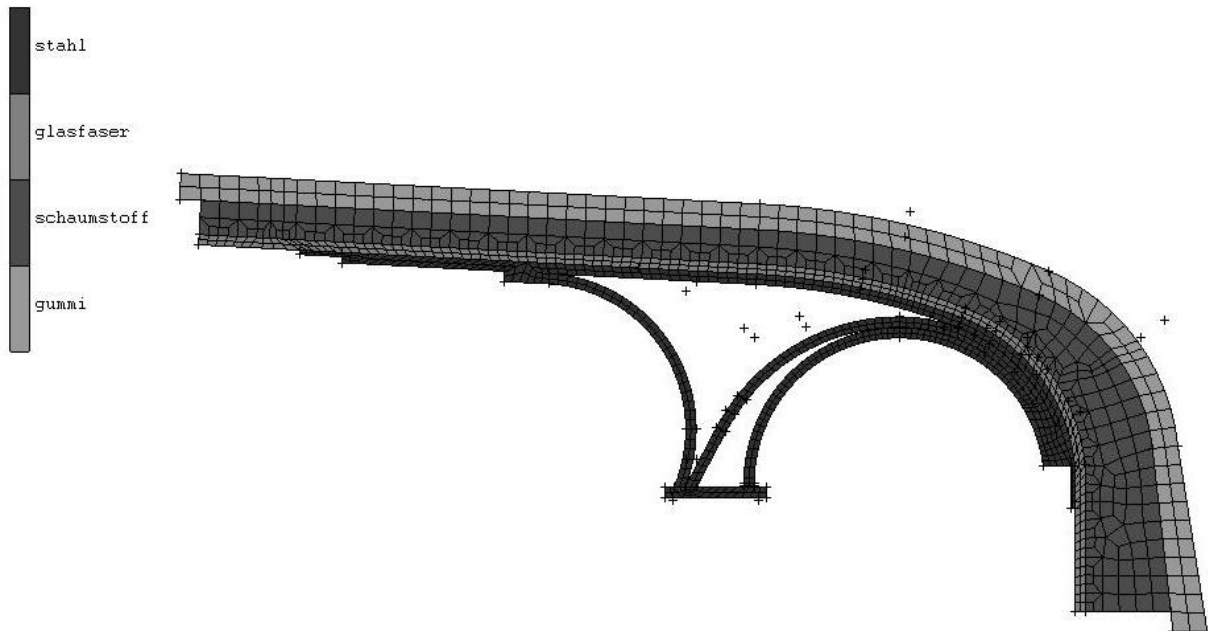


Bild 5: Netz mit Materialzuweisung

4. stahl (Blattfedern)

- E-Modul = 210'000 N/mm²
- Poissonzahl $\nu = 0.3$

3. glasfaser (Glasfaserplatte)

- E-Modul = 27'300 N/mm²
- Poissonzahl $\nu = 0.35$

2. Schaumstoff (Schaumstoffschicht)

- E-Modul = 0.3 N/mm²
- Poissonzahl $\nu = 0.4$

1. gummi (Gummischicht)

- E-Modul = 25 N/mm²
- Poissonzahl $\nu = 0.4$



Bild 6: Materialliste

3.3.2 Lagerung

Da wir die Unterkonstruktion als starr angenommen haben und die Verbindungsplatte mit sechs Schrauben fest darauf befestigt ist, haben wir die Lagerung in allen sechs Freiheitsgrade eingeschränkt und alle unteren Knoten an der Verbindungsplatte so fixiert (Bild 1).

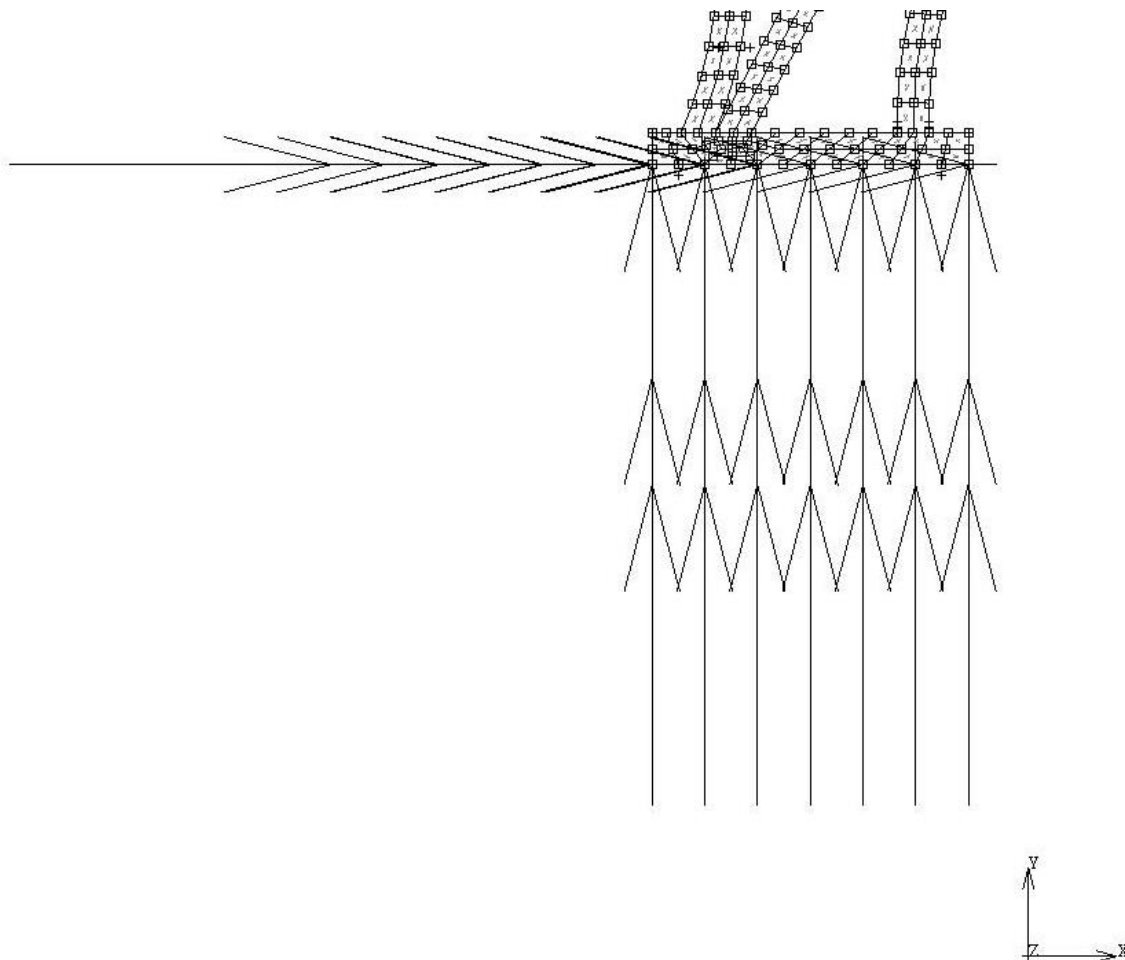


Bild 1: Lagerung an der Verbindungsplatte

3.3.3 Netzverfeinerung

Belastung	Normal 45°		Stand		Unfall	
Kraft	5'000N		5'000N		7'000N	
Vergleichs-Spannungen	Abweichung		Abweichung		Abweichung	
Netz 1	211.3 N/mm ²	67%	328.1 N/mm ²	59%	166.0 N/mm ²	45%
Netz 2	345.5 N/mm ²	47%	520.0 N/mm ²	35%	241.4 N/mm ²	20%
Netz 4	447.7 N/mm ²	31%	677.6 N/mm ²	15%	277.1 N/mm ²	8%
Netz 6	517.8 N/mm ²	20%	740.2 N/mm ²	7%	286.0 N/mm ²	5%
max. Spannung geschätzt	650.0 N/mm ²	0%	800.0 N/mm ²	0%	300.0 N/mm ²	0%

Tabelle 1: Vergleichsspannung bei Netzverfeinerung bei den drei Hauptbelastungen

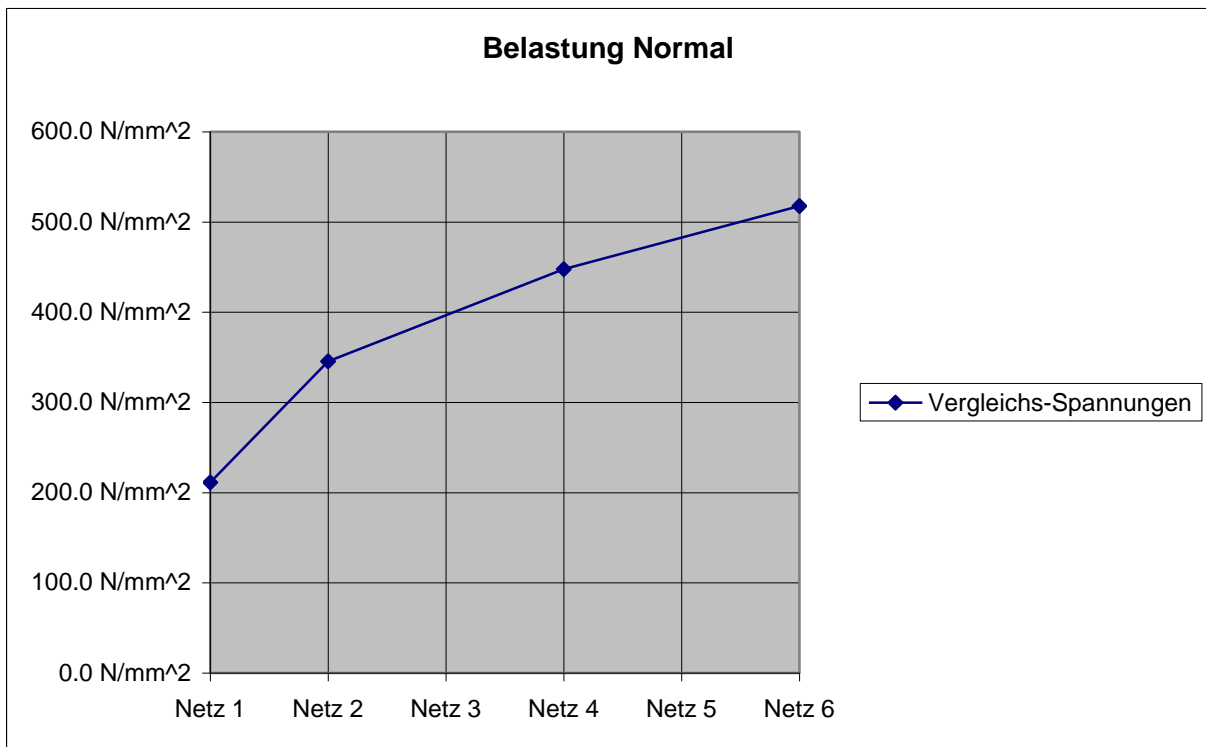


Diagramm 1: Vergleichsspannungsverlauf bei einem normalen Sprung

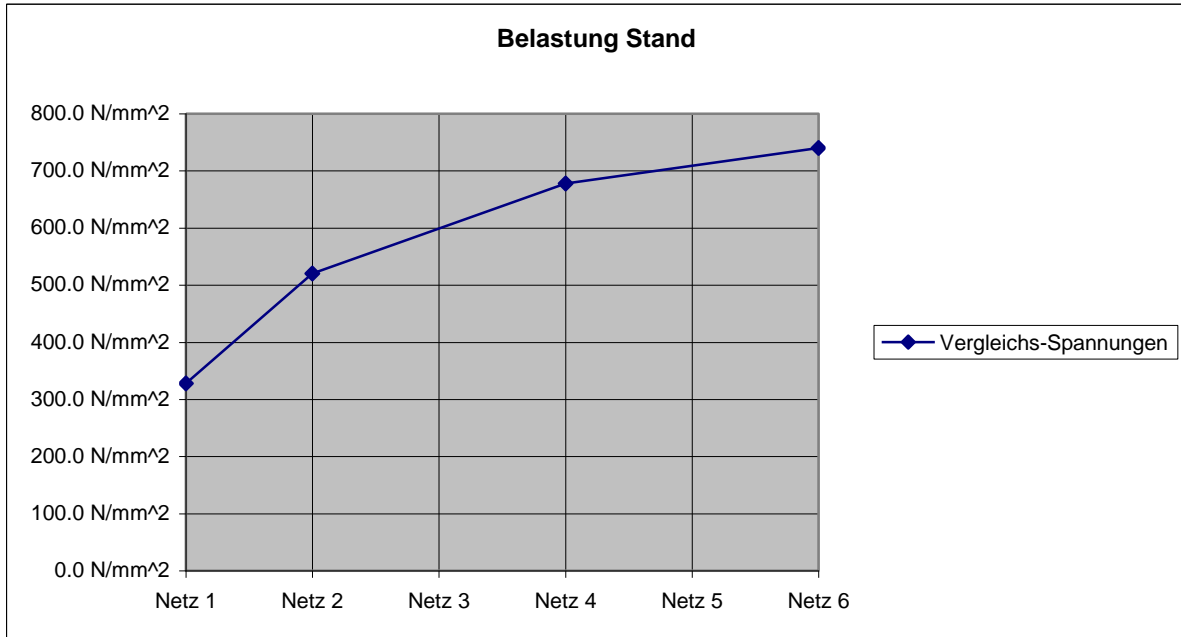


Diagramm 2: Vergleichsspannungsverlauf bei einem Sprung vom Tisch

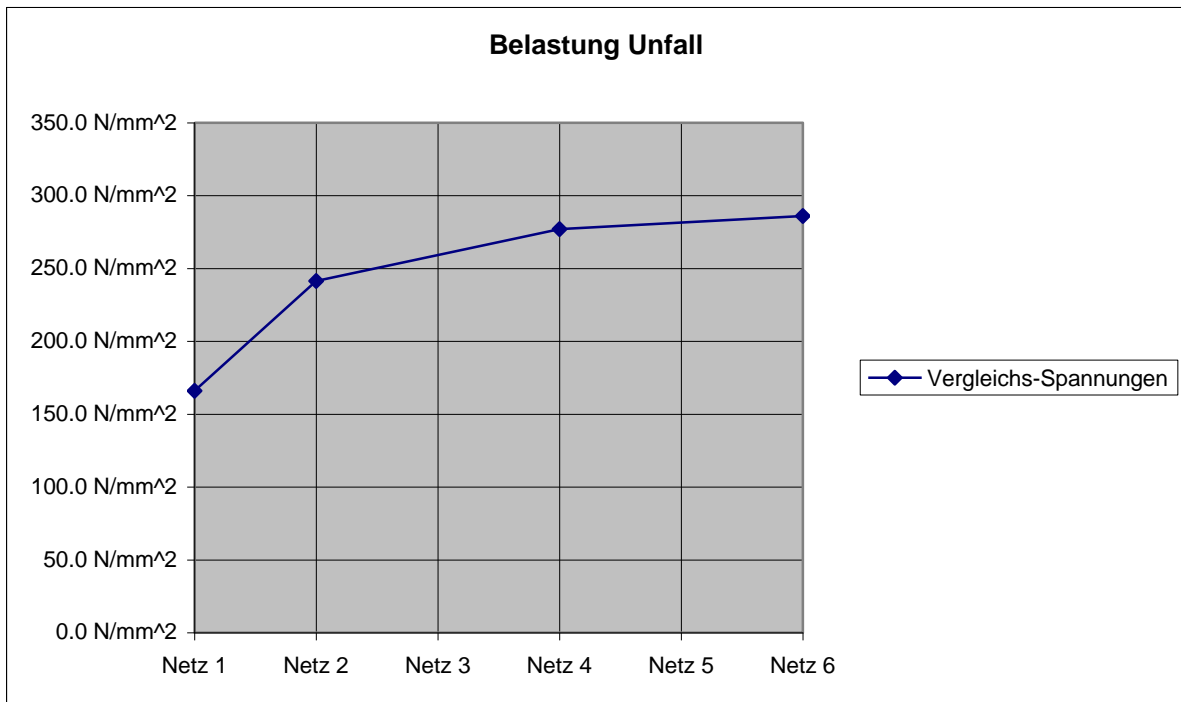


Diagramm 3: Vergleichsspannungsverlauf bei einem Sprung in den Tisch

Die Spannungen von Diagramm 2 darf man nicht so ernst nehmen, da die maximal wirkende Kraft wahrscheinlich nur halb so gross ist.

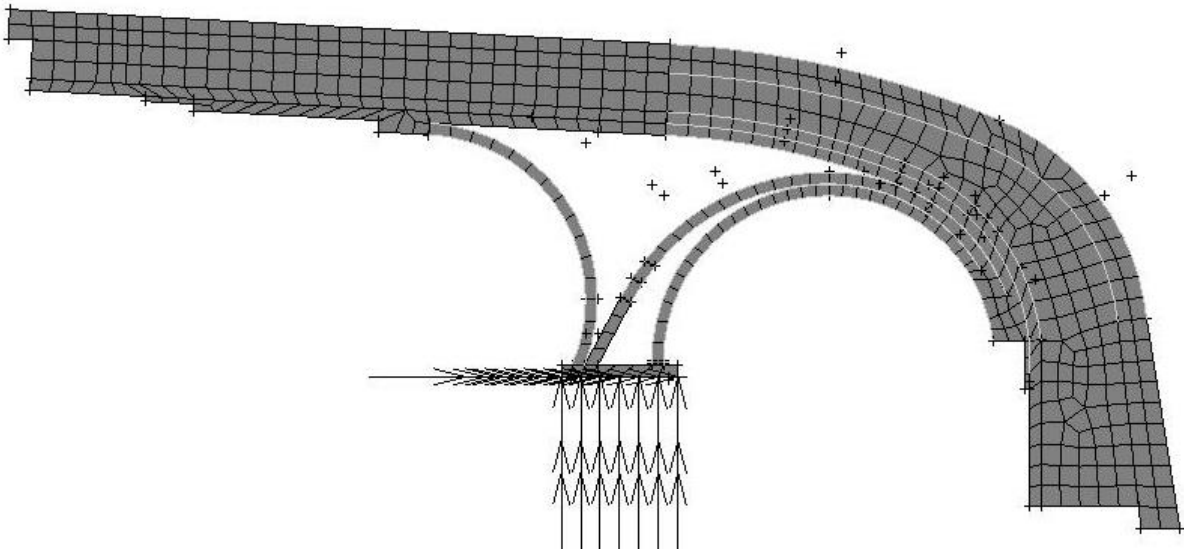


Bild 1: Netz 1

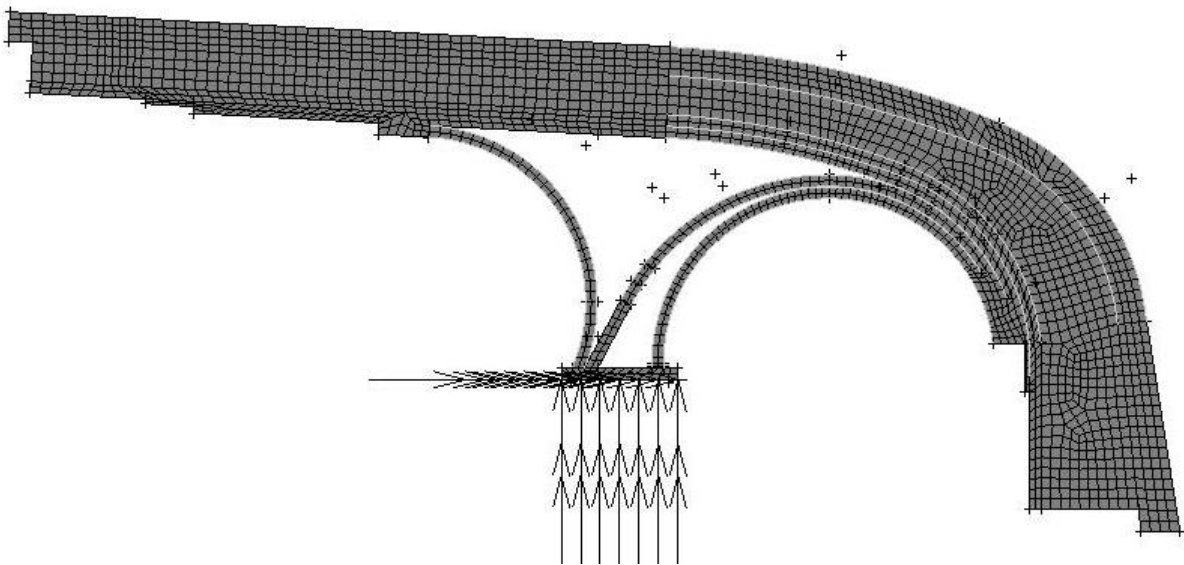


Bild 2: Netz 2 (= Netz 1 durch 2)

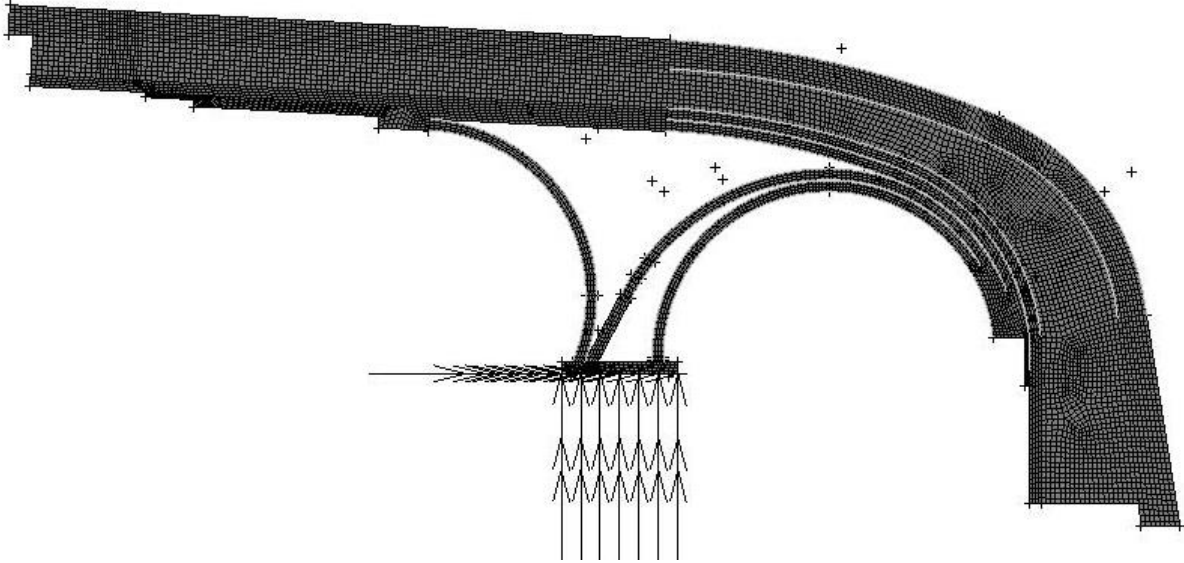


Bild 3: Netz 4 (= Netz 1 durch 4)

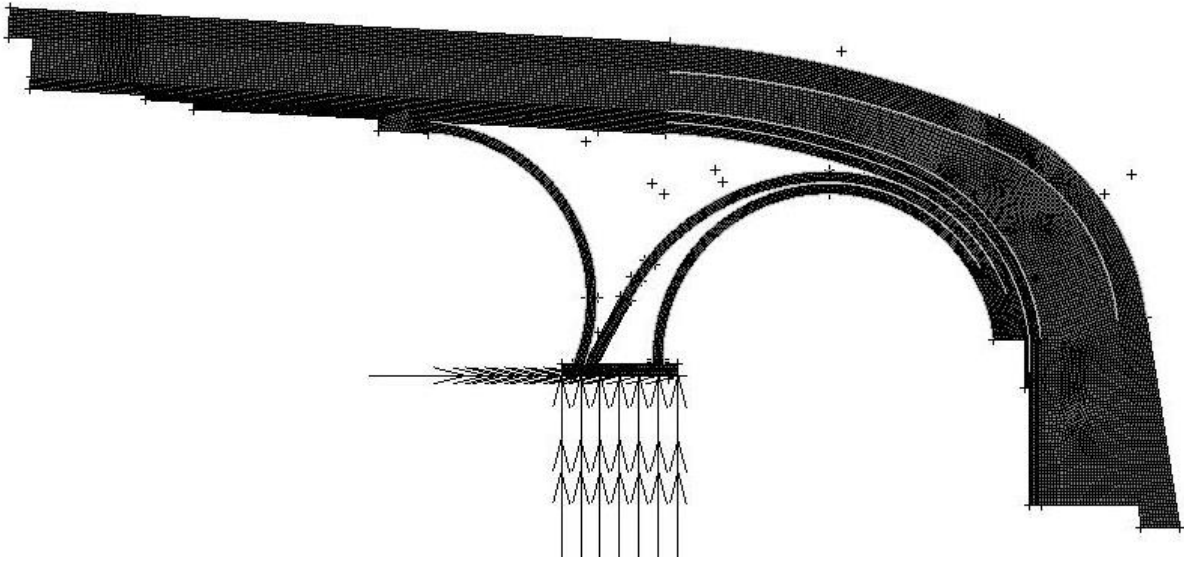


Bild 4: Netz 6 (= Netz 1 durch 6)

3.3.4 Teilverfeinerung

3.3.4.1 Netzverfeinerung der Schutzschicht

Belastung	Normal 15°	
Kraft	9'500 N	
Vergleichs- Spannung		Abweichung
Netz A (1)	211.3 N/mm ²	3%
Netz B (2)	208.1 N/mm ²	1%
Netz C (3)	207.4 N/mm ²	1%
max. Spannung geschätzt	206.0 N/mm ²	0%

Tabelle 4: Vergleichsspannung bei Netzverfeinerung der Schutzschicht

Beachten Sie bitte, dass die wirkende Kraft fast doppelt so hoch von uns angenommen wurde, als sie in Wirklichkeit ist. Die Vergleichsspannungen dürfen also nur qualitativ gewertet werden.

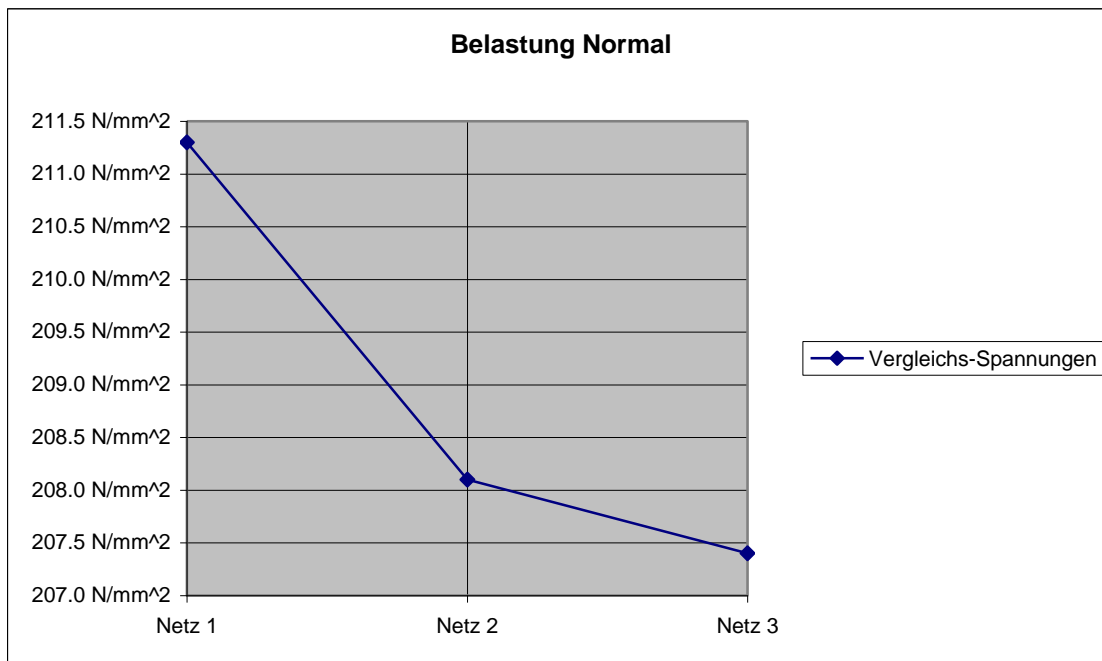


Diagramm 4: Vergleichsspannungsverlauf bei einem normalen Sprung

In Tabelle 1 ist gut ersichtlich, dass die Verfeinerung des Netzes auf die Vergleichsspannung kaum einen Einfluss hat. Das heisst, wir werden die Schutzschicht so grob wie möglich lassen.

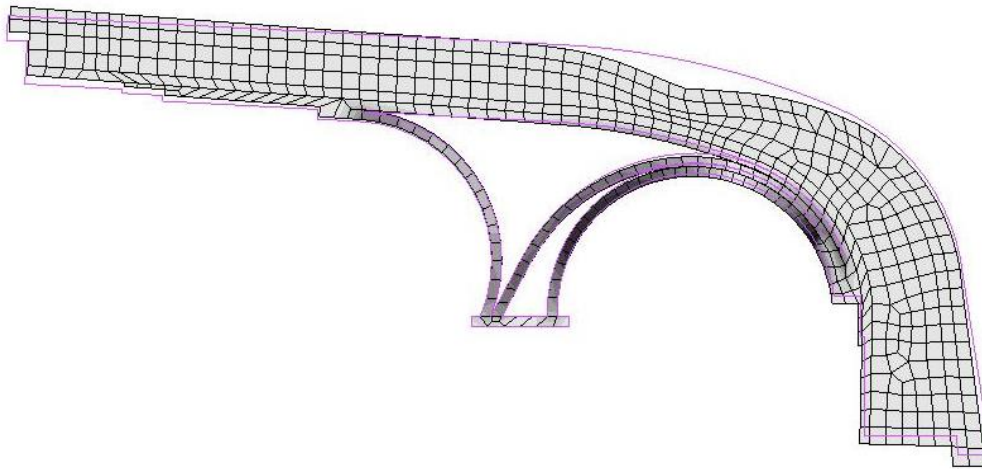


Bild 5: Netz A mit Vergleichsspannung

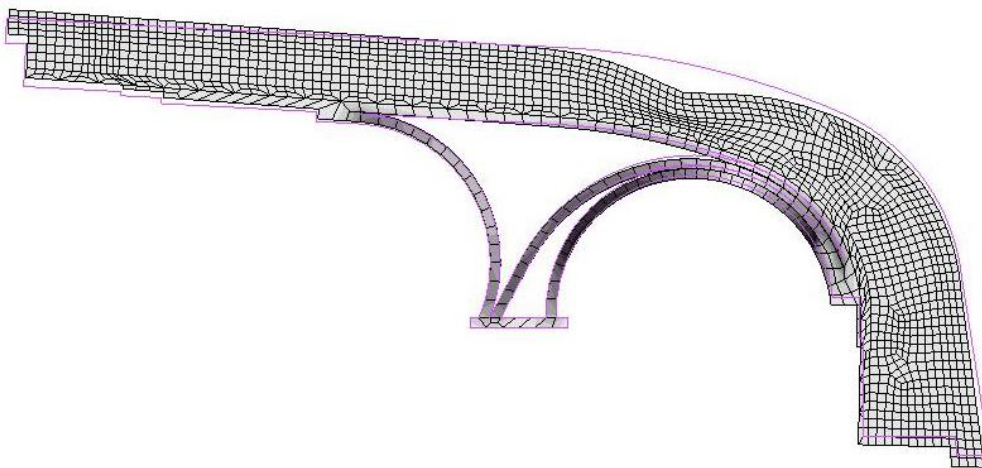


Bild 6: Netz B (= Netz A durch 2) mit Vergleichsspannung

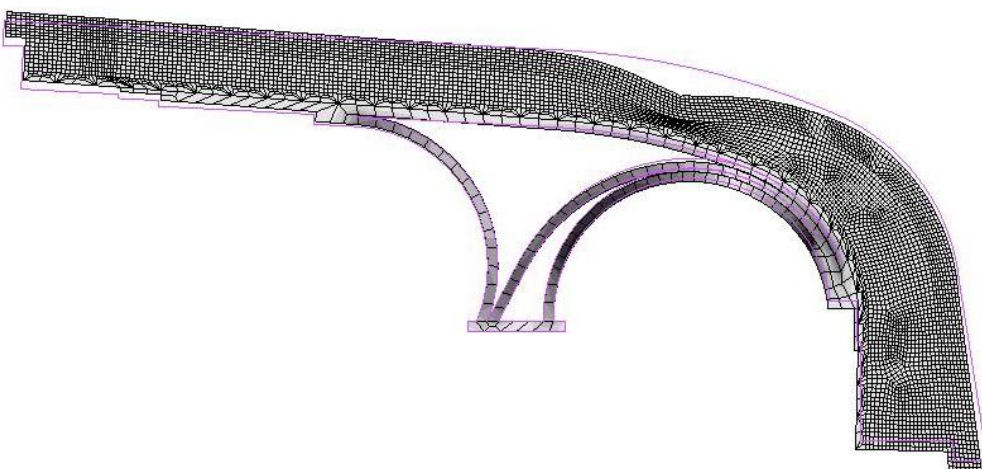


Bild 7: Netz C (= Netz A durch 4) mit Vergleichsspannung

3.3.4.2 Netzverfeinerung der Blattfedern

Belastung Normal 15°

Kraft 5'000 N

Verschiebung	Abweichung	
Netz 1	33.50 mm	76%
Netz 2	18.38 mm	-3%
Netz 4	19.26 mm	1%

max. Verschiebung
 geschätzt 19.0 mm 0%

Tabelle 5: Verschiebungsverlauf bei Netzverfeinerung der Blattfedern

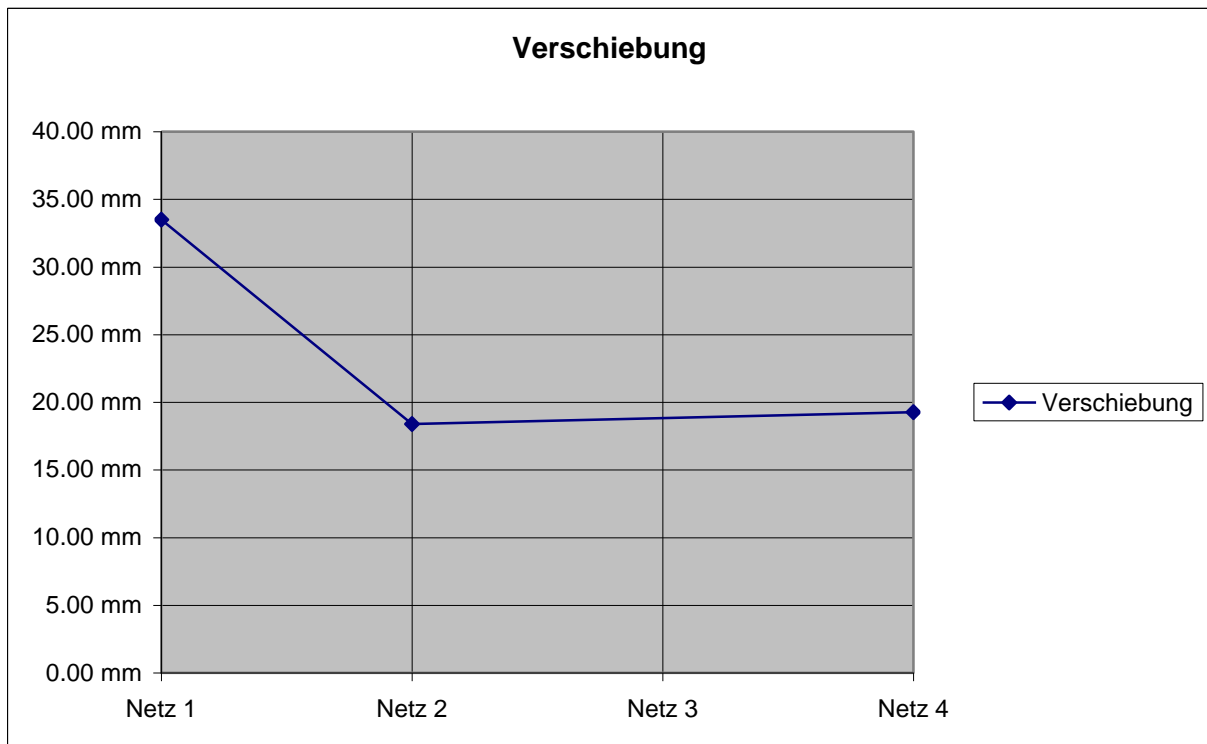


Diagramm 5: Verschiebungsverlauf bei einem normalen Sprung

Aus dem den Bildern 8 & 9 und aus dem Diagramm 5 kann man
 erkenne, dass die Blattfedern bei zunehmender Verfeinerung steifer
 werden und somit eine kleinere Verschiebung zulassen.

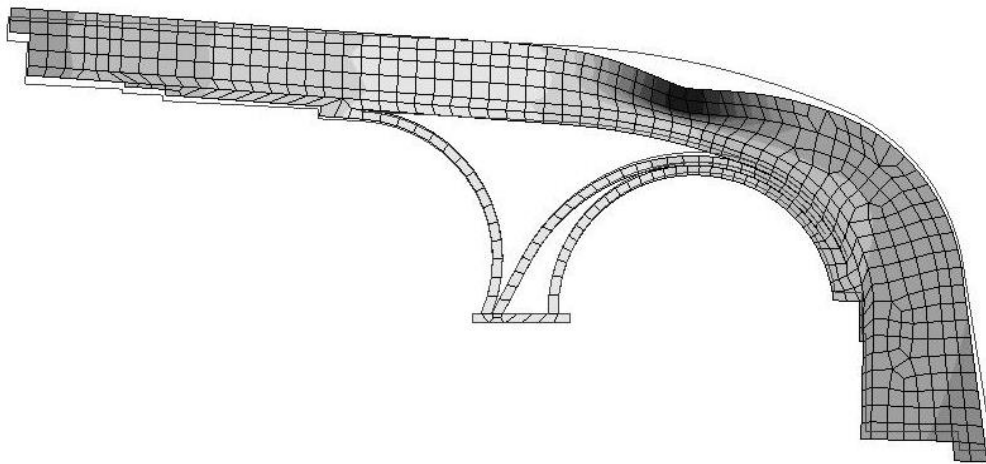


Bild 8: Netz 1 mit Verschiebung

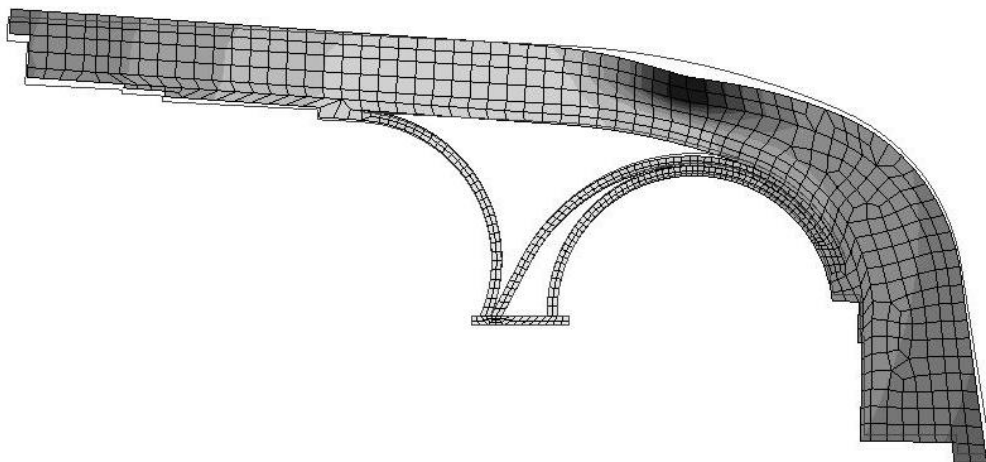


Bild 9: Netz 2 mit Verschiebung

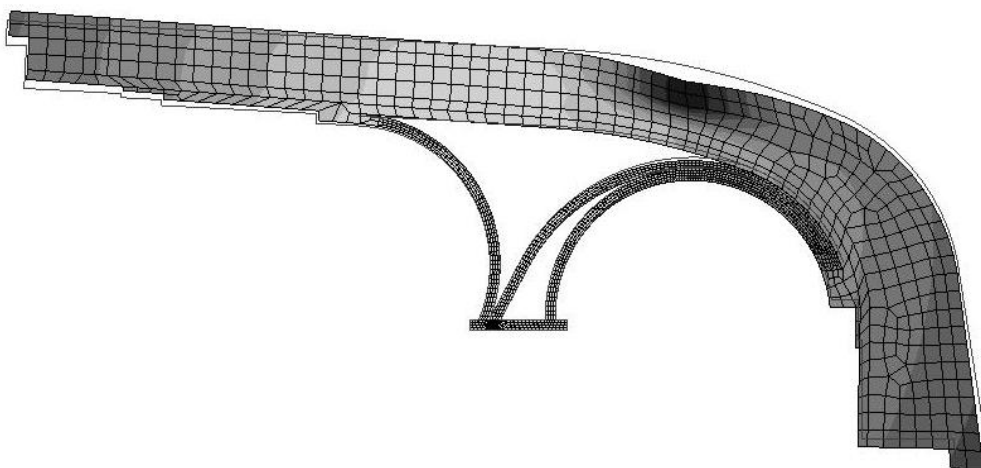


Bild 10: Netz 4 mit Verschiebung

3.3.4.3 Netzverfeinerung der Zwischenschicht

Belastung	Normal 15°		
Kraft	5'000 N		
Vergleichs-Spannungen			Abweichung
	Netz I (1)	178.0 N/mm ²	8%
	Netz II (2)	172.8 N/mm ²	5%
	Netz IV (4)	169.5 N/mm ²	3%
max. Spannung geschätzt	165.0 N/mm ²		0%
Verschiebung			Abweichung
	Netz I (1)	18.36 mm	3%
	Netz II (2)	18.68 mm	2%
	Netz IV (4)	18.86 mm	1%
max. Spannung geschätzt	19.00 mm		0%

Tabelle 6: Verlauf bei Netzverfeinerung der Zwischenschicht

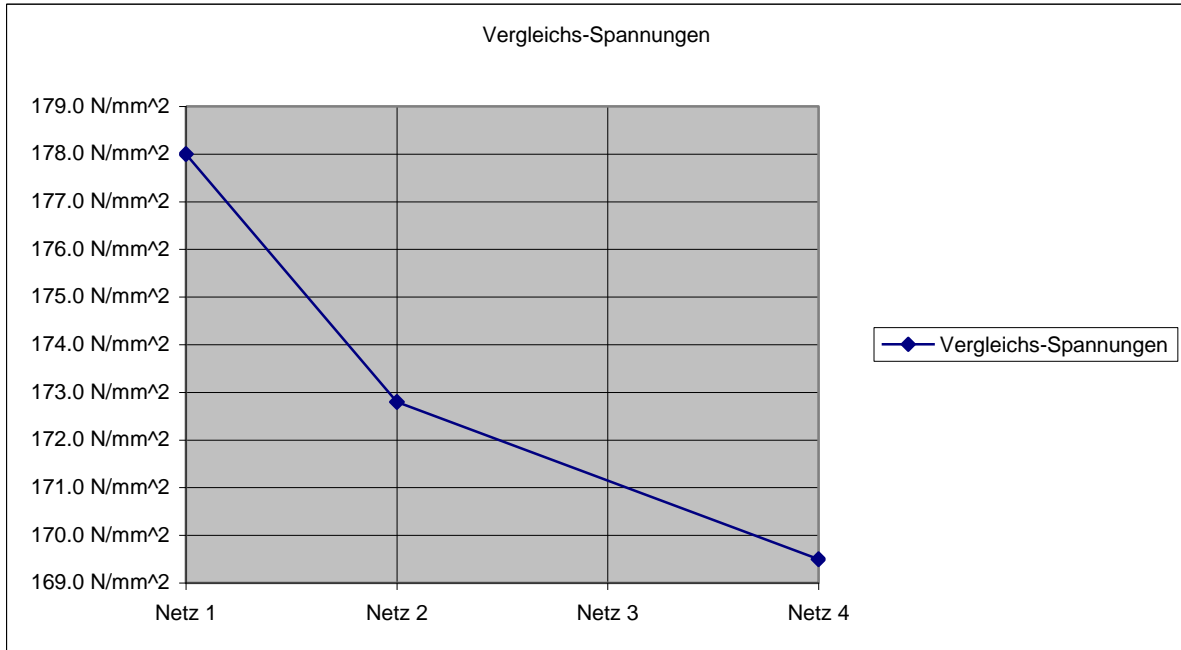


Diagramm 6: Vergleichsspannungsverlauf bei normalem Sprung

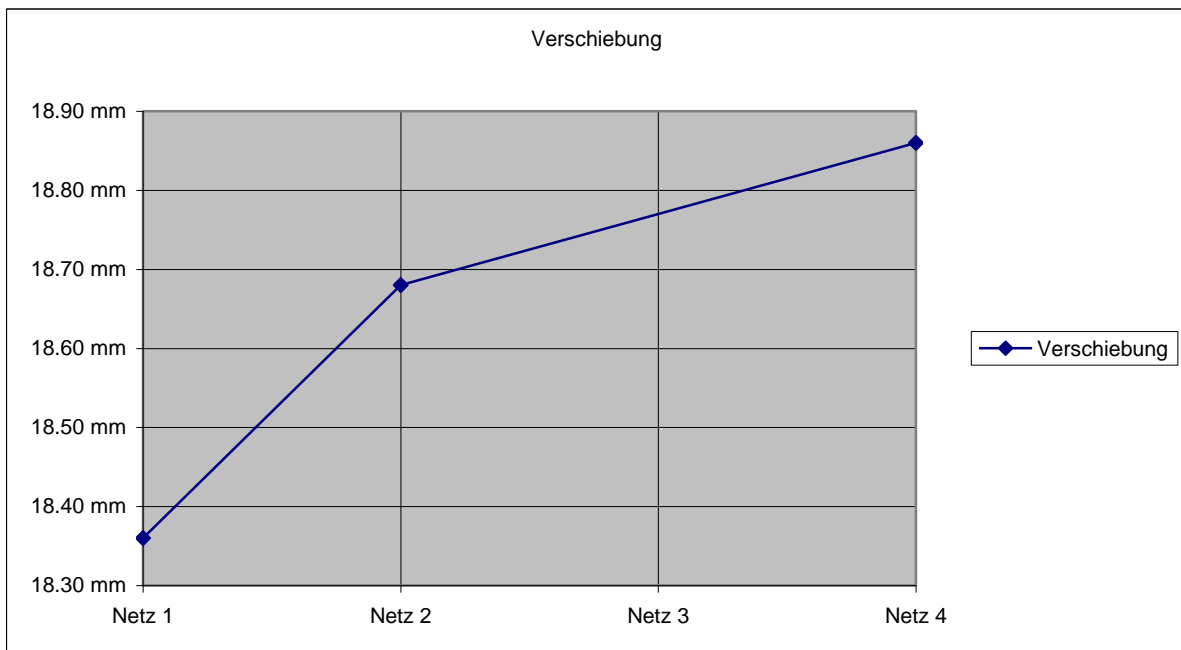


Diagramm 7: Verschiebungsverlauf bei normalem Sprung

Die Abweichung (Tabelle 6) nimmt bei einer Netzverfeinerung nur gering ab.

Da die Blattfern nach Netz 2 geteilt sind, und Netz II das gleich feine Netz im unteren Bereich aufweist, wählen wir für die weiter Berechnung das Netz II.

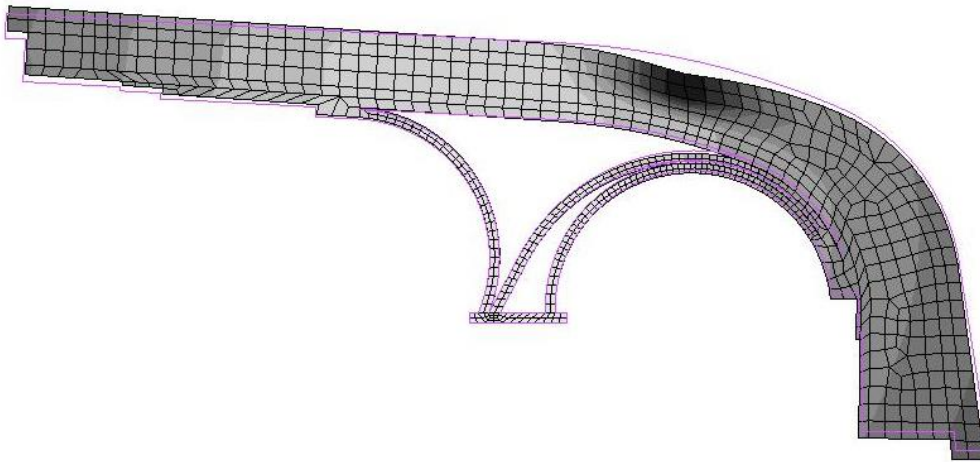


Bild 11: Netz I Verschiebung

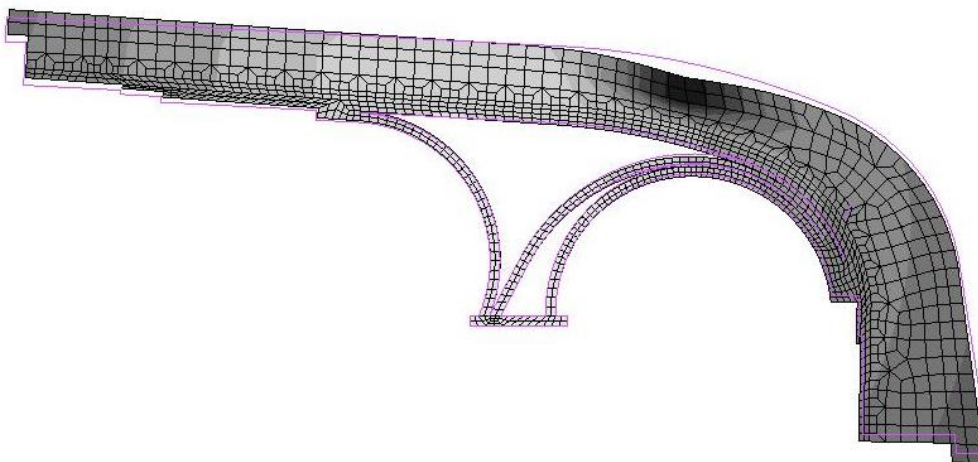


Bild 12: Netz II Verschiebung

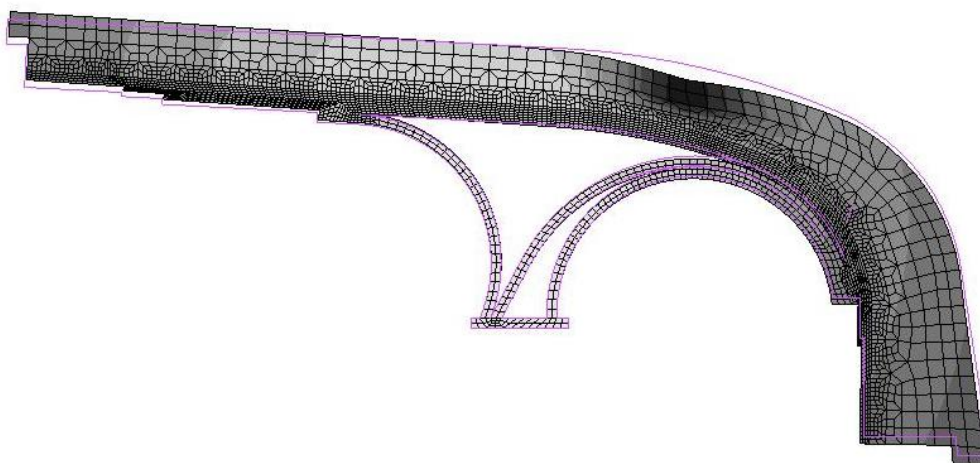


Bild 13: Netz IV Verschiebung

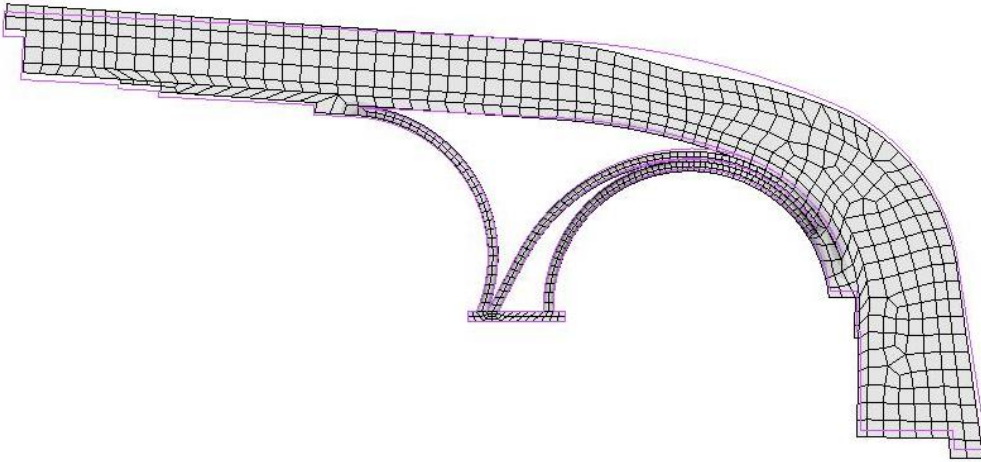


Bild 14: Netz I Vergleichsspannung

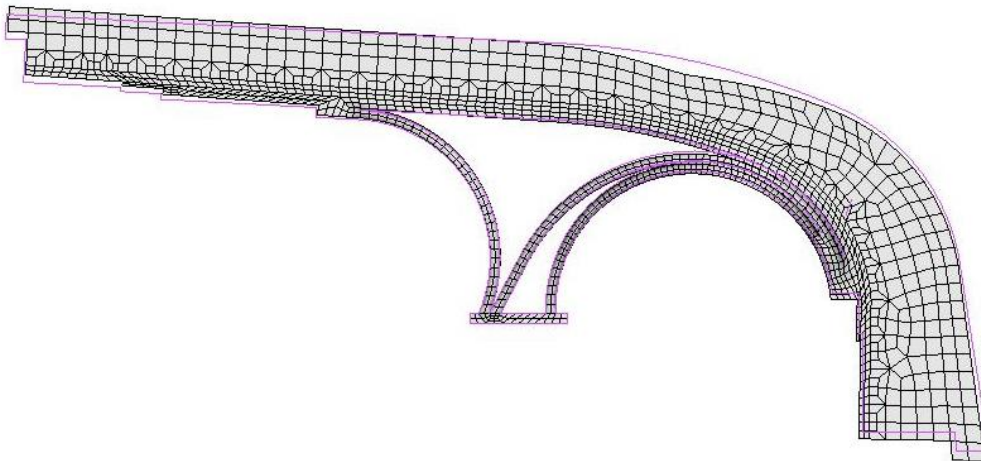


Bild 15: Netz II Vergleichsspannung

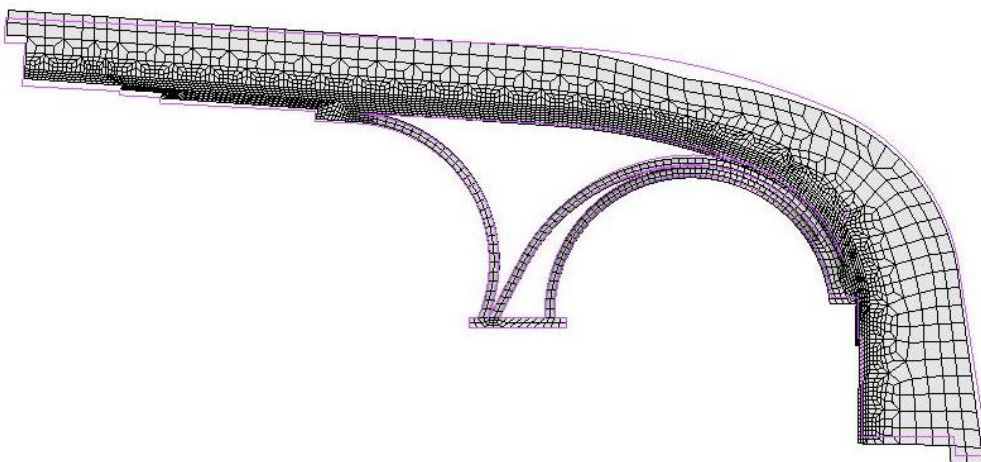


Bild 16: Netz IV Vergleichsspannung

3.3.5 Netzauswahl

Kriterien für unseren Entscheid:

1. Deckschichteinfluss: nur sehr gering -> möglichst grob
2. Blattfedereinfluss: die tragenden Teile und somit Haupteinfluss -> Netz 2
3. Zwischenschichteinfluss: mittlerer Einfluss -> Übergang zwischen Blattfedern und Schutzschicht schaffen

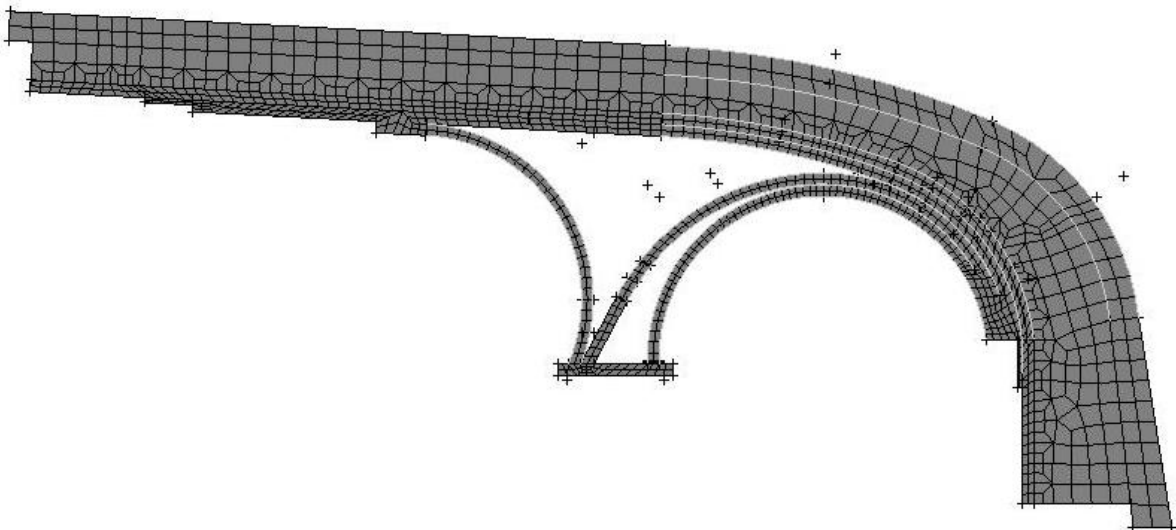


Bild 17: ausgewähltes Netz

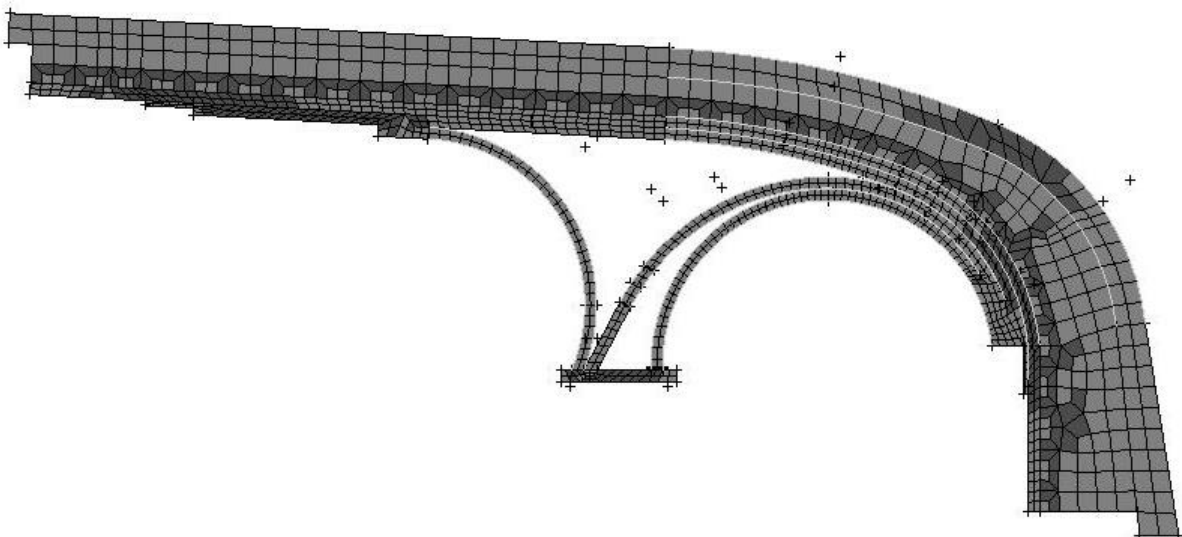


Bild 18: ausgewähltes Netz mit nicht optimalen Elementen

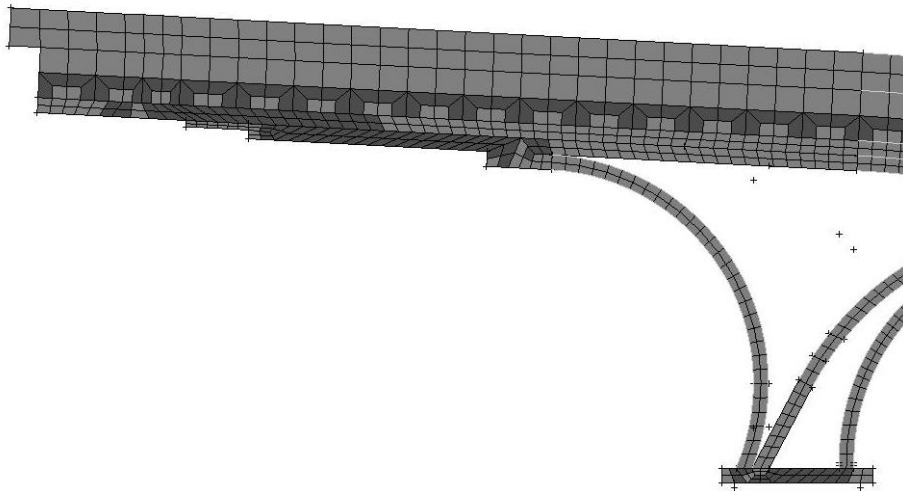


Bild 18a: Netz mit nicht optimalen Elementen links

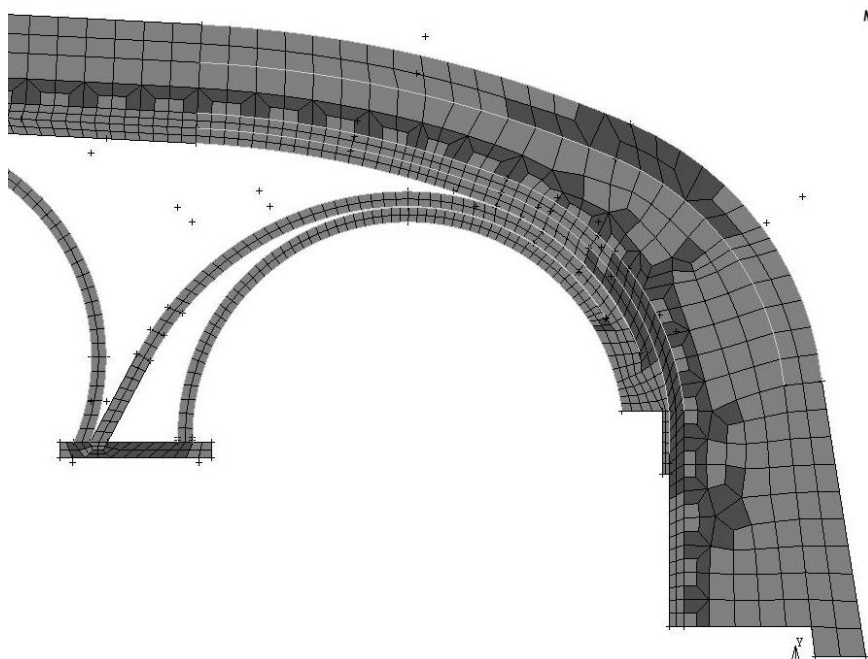


Bild 18b: Netz mit nicht optimalen Elementen rechts

Die meisten nicht optimalen Elemente befinden sich nicht in der Nähe einer kritischen Stelle.

Die zwei einzigen problematischen Stellen sind:

1. Befestigung der Blattfedern am Unterbau (unten)
2. Zusammentreffen der Blattfedern (rechts und oben)

Jedoch sind an diesen Stellen die Elemente nicht zu unförmig und machen somit auch keine Probleme.

Das ausgewählte Netz ist somit für die weiteren Berechnungen brauchbar.

3.4 Einfluss von Kontakt

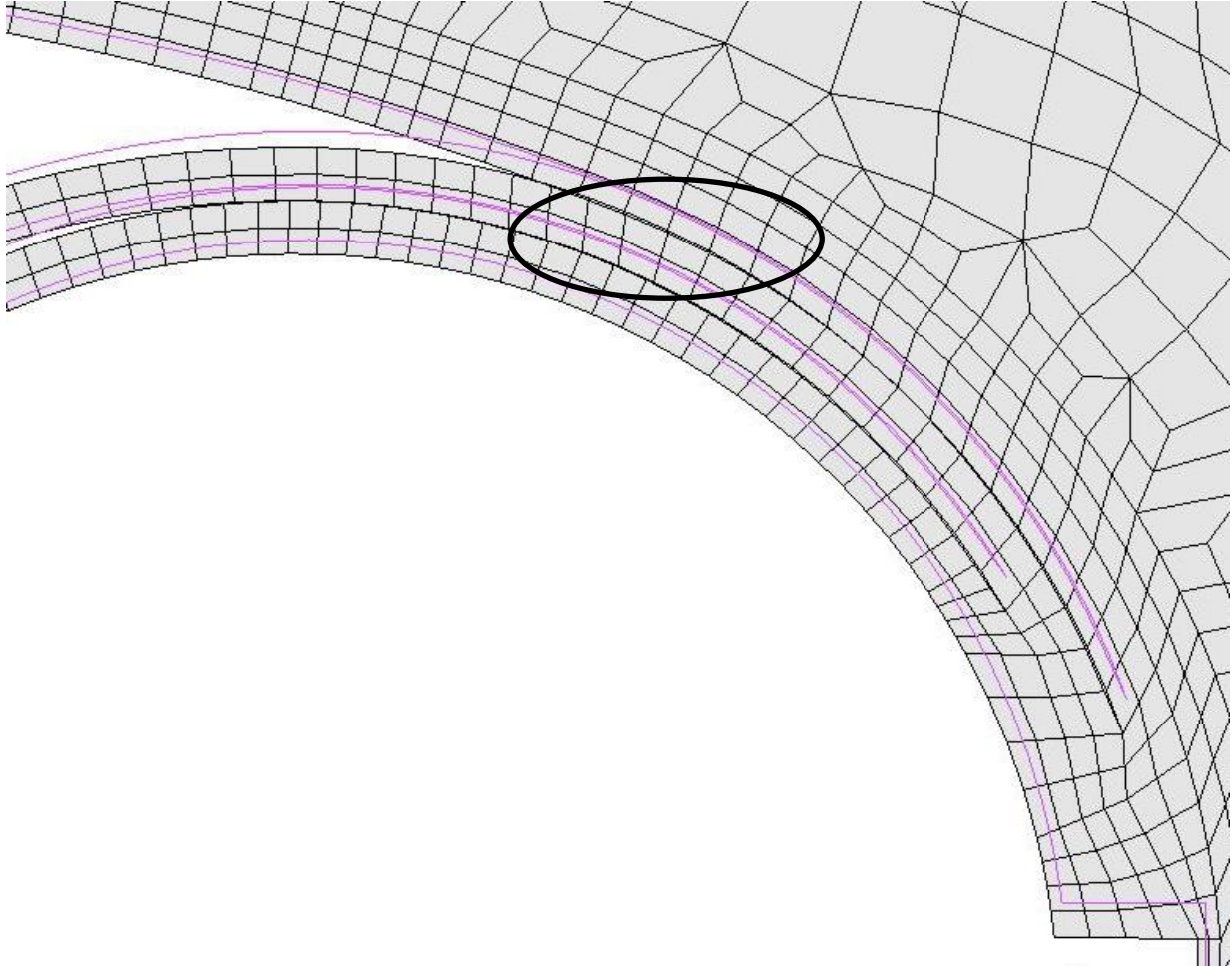


Bild 1: überlappende Elemente

Die überlappenden Elemente (Bild 1) sollen sich durch Kontakt nicht mehr überlappen.

Da die Rechenzeit mit Berücksichtigung von Elementen mit Kontakt wesentlich grösser wird, wählen wir nur die nötigsten Elemente an (Bild 2).

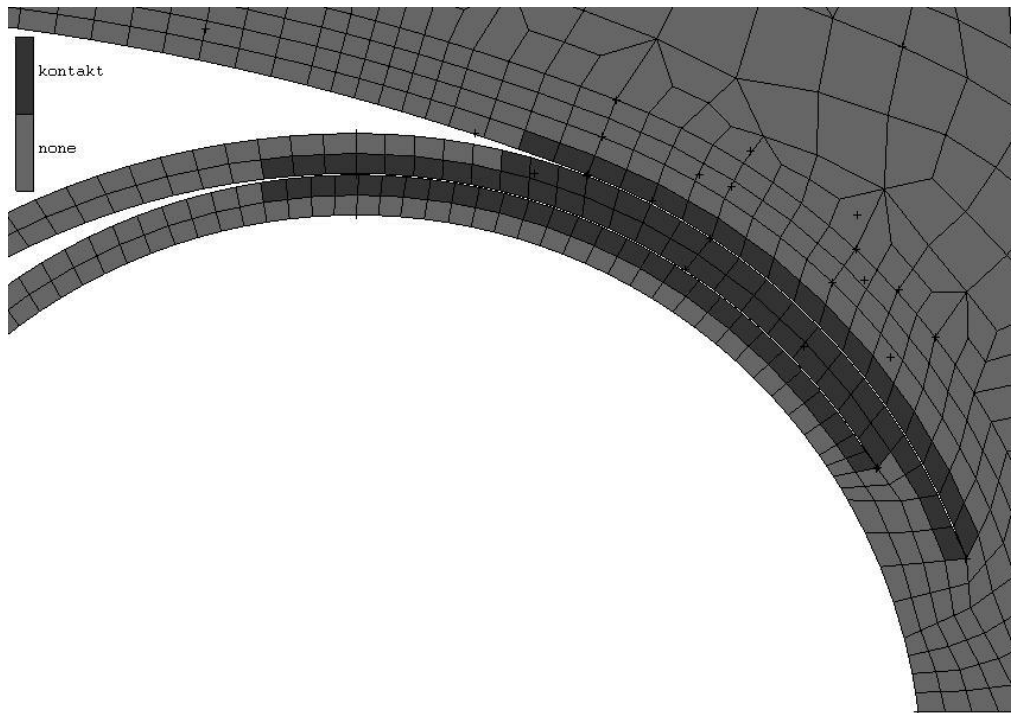


Bild 2: Elemente mit Kontakt

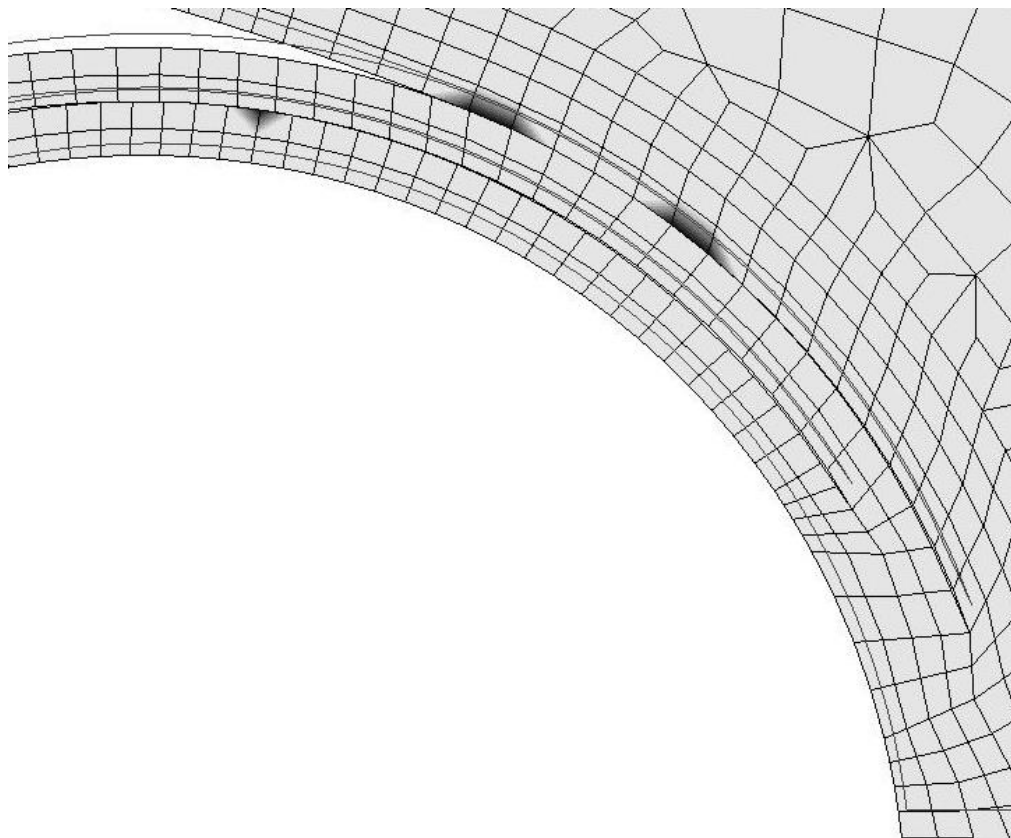


Bild 3: Kontaktstellen der Blattfedern

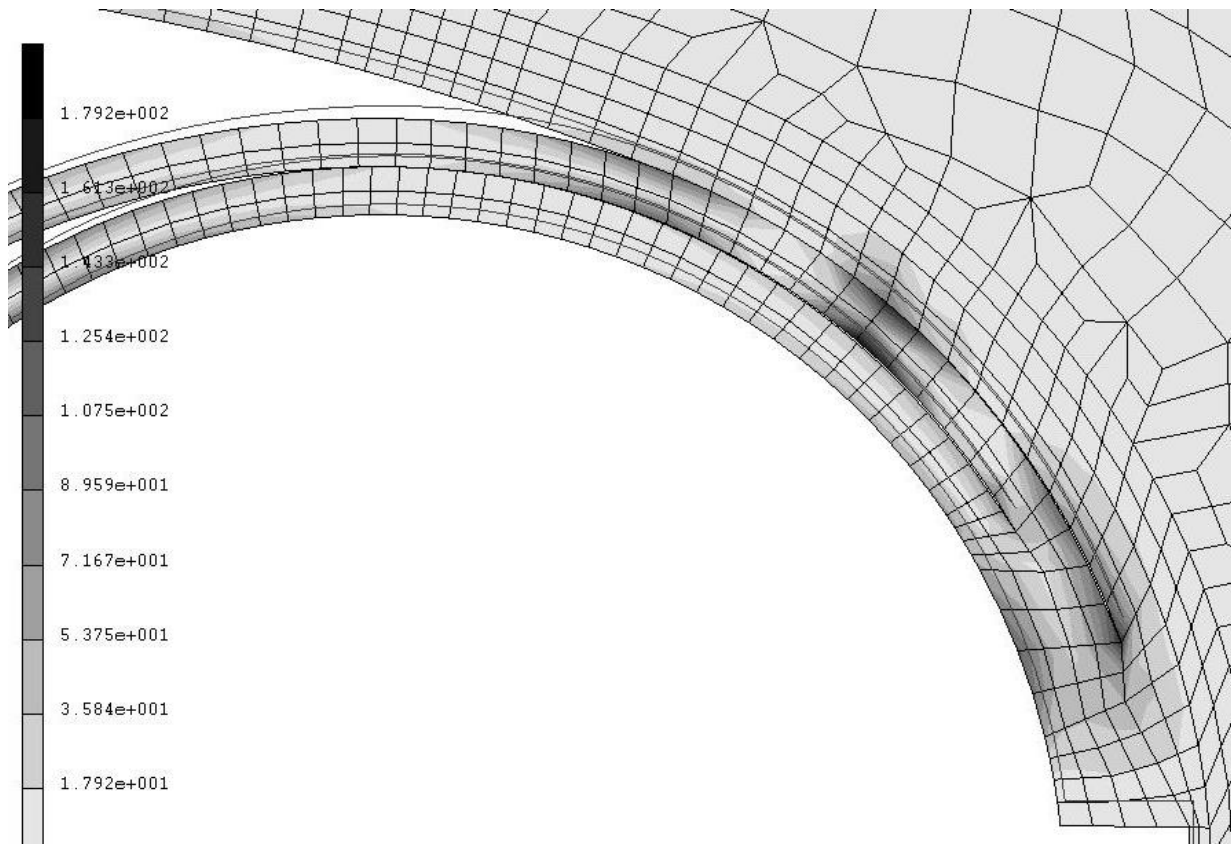


Bild 4: Vergleichsspannung an den Kontaktstellen

Belastung Normal 15°

Kraft 5'000 N

	normal	mit Kontakt	Abweichung
Vergleichs- Spannungen	172.8 N/mm ²	179.2 N/mm ²	4%
Verschiebung	18.68 mm	17.38 mm	7%
Rechenzeit	13 s	215 s	94%

Tabelle 1: Einfluss des Kontaktes

Aus Tabelle 1 kann man lesen, dass die Berücksichtigung des Kontaktes auf die Vergleichsspannung und die Verschiebung keinen grossen Einfluss hat. Die Rechenzeit jedoch wird enorm grösser.

Diese Aussage gilt aber nur für die Belastung von 5'000 N im Winkel von 15° und an dieser Druckstelle. Daher muss der Einsatz von Kontakt bei jeder anderen Belastung wieder neu bewertet werden.

Für eine schnellere Berechnung lassen wir für unsere weiteren Berechnungen den Einfluss des Kontaktes weg und ziehen diesen bei grösseren Überschneidungen der Elemente wieder hinzu.

3.5 Einfluss der Schutzschicht

Bitte immer auf die Einheiten der Vergleichsspannung achten!!!

Wie man in Bild 1 und der Vergrößerung (Bild 1a) erahnen kann, wird die Kraft durch den Schaumstoff und die Gummischicht recht grossflächig über die Glasfaserplatte und von dort aus auf einer noch grösseren Länge auf die Blattfedern übertragen.

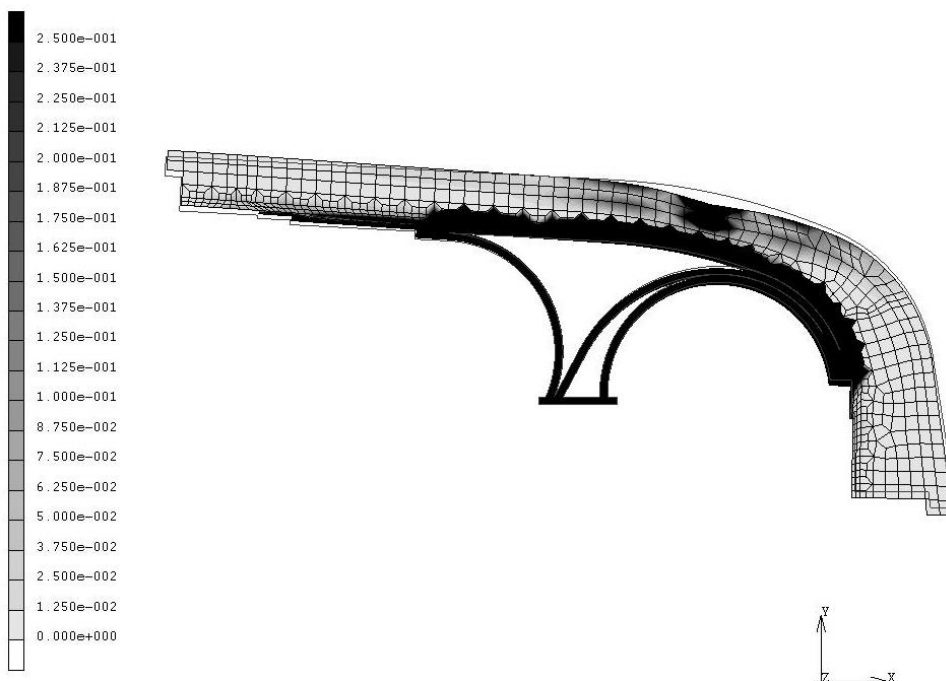


Bild 1: Vergleichsspannungen in der Schutzschicht in Netz II

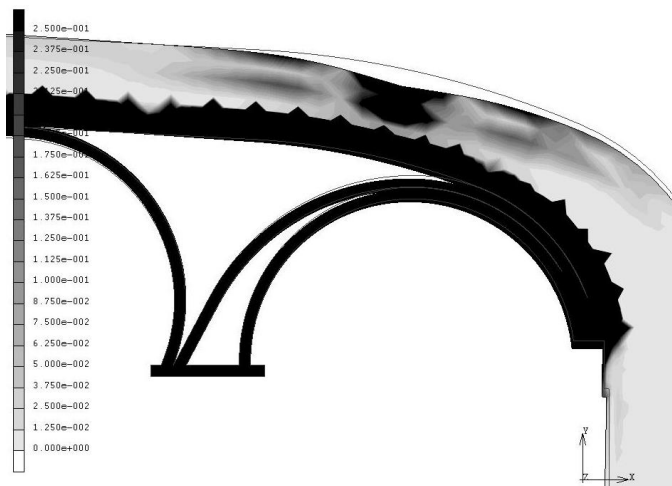


Bild 1a: Vergleichsspannungen in der Schutzschicht in Netz II

Unterteilt man das Netz in feinere Elemente, wie wir es bei Netz C getan haben, dann sieht man, dass die Gummischicht den grössten Anteil an diese Kraftverteilung (Bild 2 & 2a) beiträgt.



Bild 2: Vergleichsspannungen in der Schutzschicht in Netz C

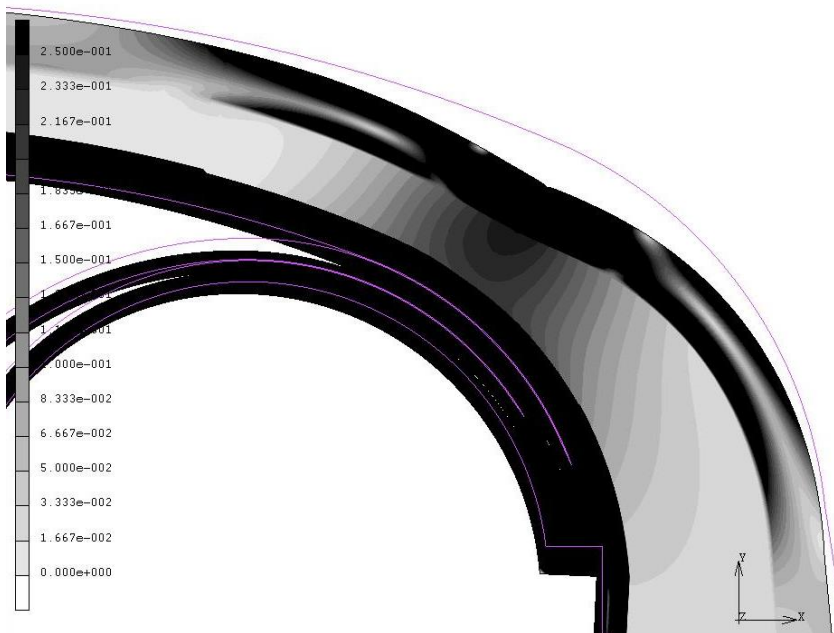


Bild 2a: Vergleichsspannungen in der Schutzschicht in Netz C

Auch bei anderen Belastungen, wie bei einem Unfall (Bild 3) sorgt die Gummischicht in Verbindung mit dem Schaumstoff für eine gleichmässiger Kraftverteilung auf die Blattfedern.

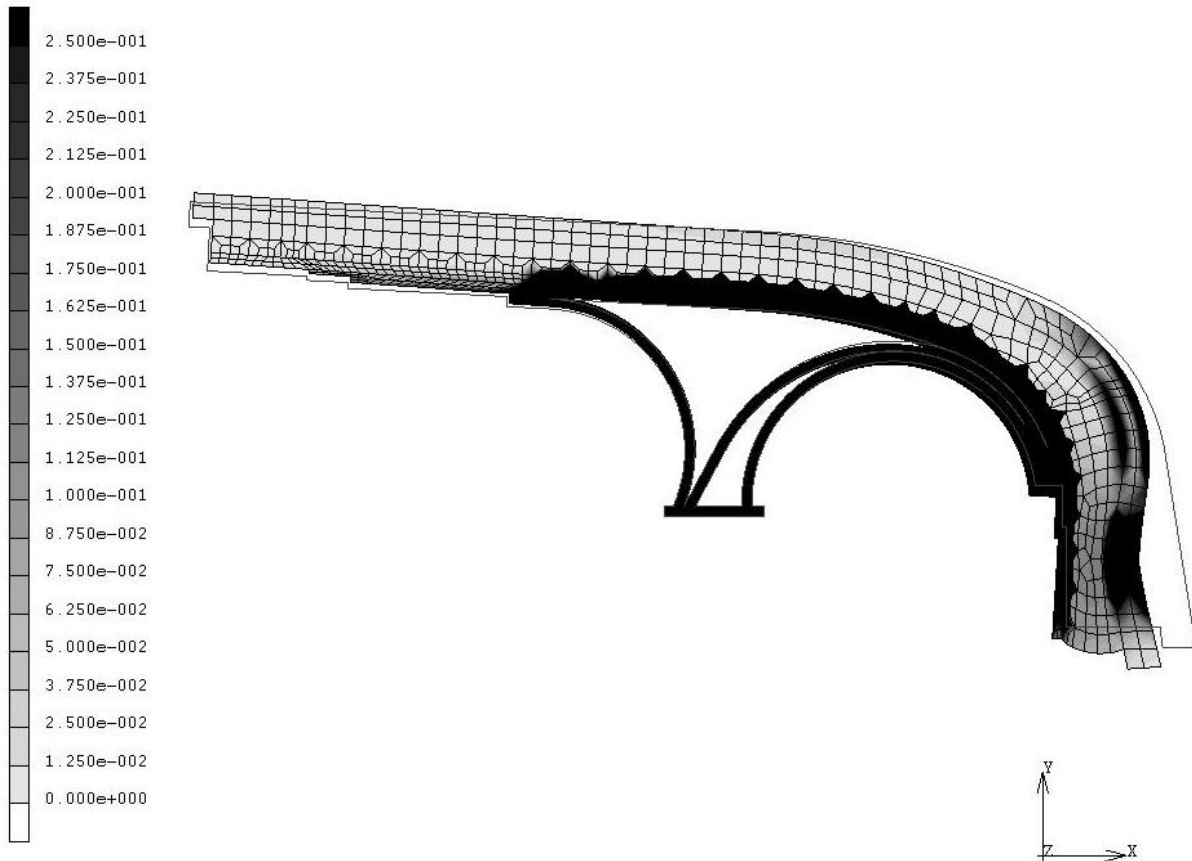


Bild 3: Vergleichsspannungen in der Schutzschicht in Netz II bei Unfall

Beim Absprung auf der Forderkante des Tisches (Bild 4) drückt es die Gummischicht und die Schaumstoffschicht zusammen. Somit wird die Kraft fast direkt auf die darunter liegende Glasfaserplatte geleitet und somit nicht auf eine Fläche verteilt.

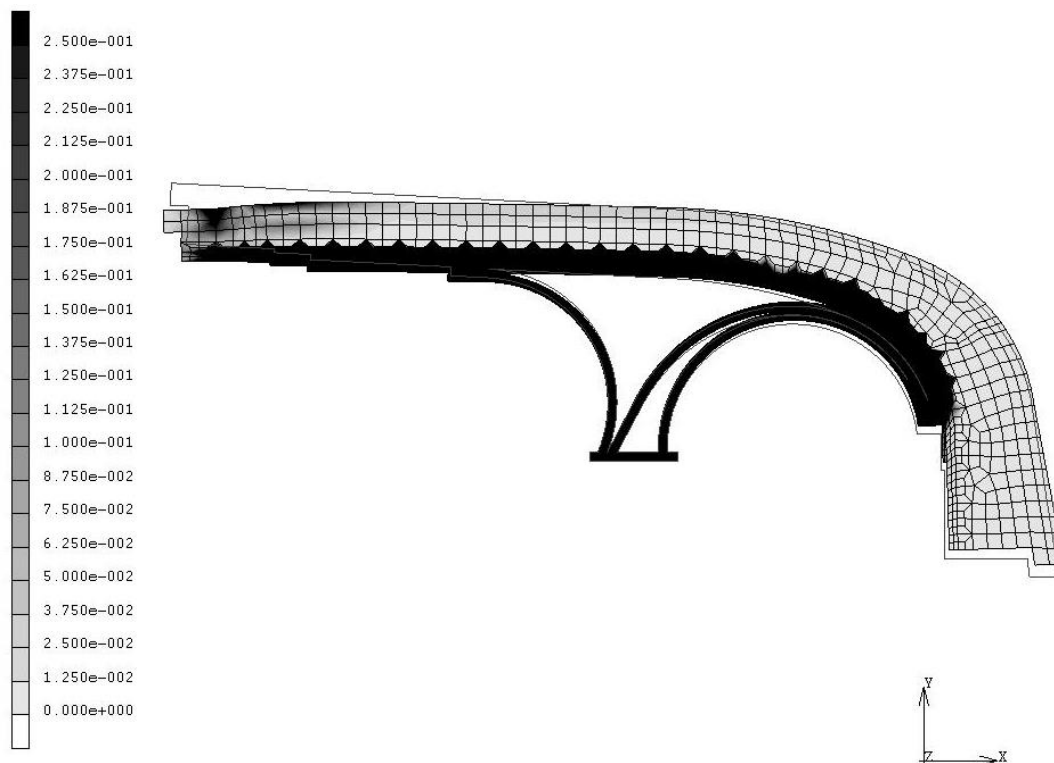


Bild 4: Vergleichsspannungen in der Schutzschicht in Netz II bei Absprung auf der Forderkante

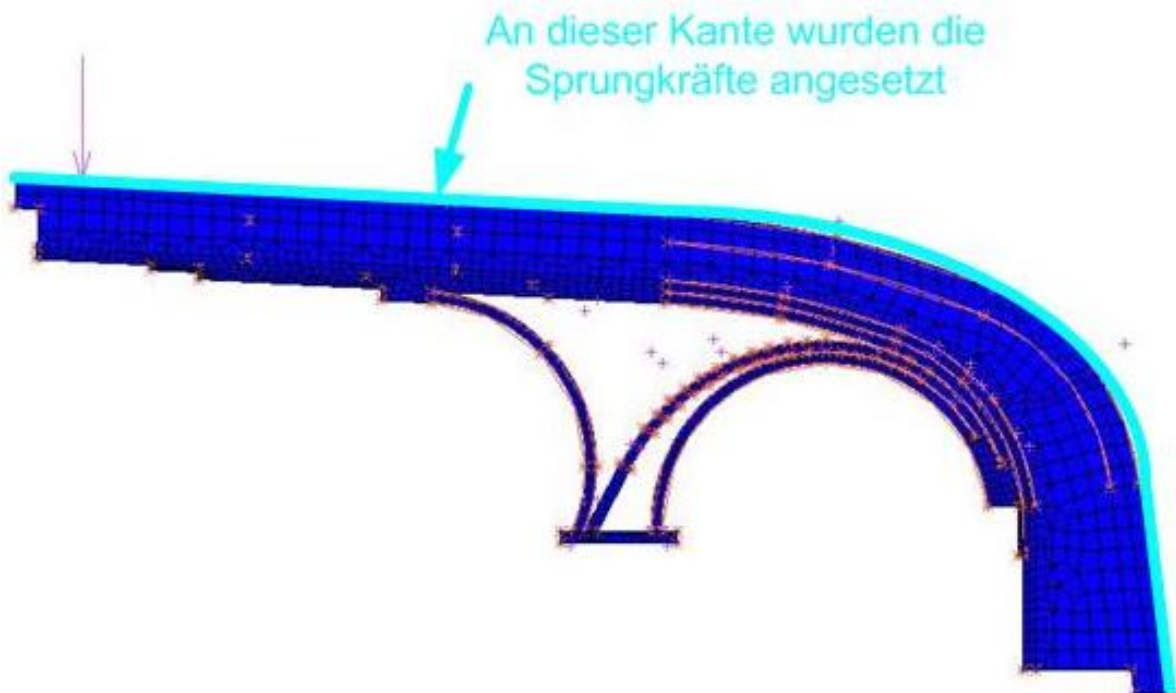
Belastung	Normal 15°	Stand	Unfall
Kraft	5'000 N	3'000 N	7'000 N
Vergleichs-Spannungen			
mit Schutzschicht	172.8 N/mm ²	299.9 N/mm ²	305.9 N/mm ²
ohne Schutzschicht	184.3 N/mm ²	251.2 N/mm ²	307.8 N/mm ²
Abweichung	6.2%	-19.4%	0.6%

Tabelle 1: Einfluss der Schutzschicht auf die drei Hauptbelastungsarten

Entgegen meinen Erwartungen hat die Schutzschicht beim Absprung auf der Vorderkante des Tisches (Stand) den grössten Einfluss auf die maximale Vergleichsspannung. Dies führe ich darauf zurück, dass beim Durchbiegen des Tisches die Schutzschicht nach links gezogen wird und somit die Kraft auf der ganzen Länge der Glasfaserplatte verteilt. Dadurch wird die Kraft gleichmässiger auf die Blattfedern verteilt.

3.6 Ermittlung der kritischsten Stelle

Um herauszufinden, an welcher Stelle sich der Krafteinwirkungspunkt mit den grössten Belastungen für den Sprungtisch befindet, wurden mit Ansetzen der Sprungkraft an fast sämtlichen Stellen des Schaumstoffüberzugs auf dem Sprungtisch die Vergleichsspannungen ermittelt. Dazu wurde mit einer Aufprallkraft von 10000 N gerechnet welche von Turnern durchaus erreicht werden. Für diese Untersuchung wurden die Kräfte senkrecht, sowie 15°- und 30° schräg je von links und von rechts angesetzt. Auf der rechten Seite wurde die Belastung auch horizontal angebracht, um die Reaktionen vom allfälligen Zusammenstoss bei einem missglückten Absprung zu ermitteln. Die erhaltenen Werte sind allerdings mit Vorsicht zu geniessen, da sie mit einem relativ groben Netz ermittelt worden sind.

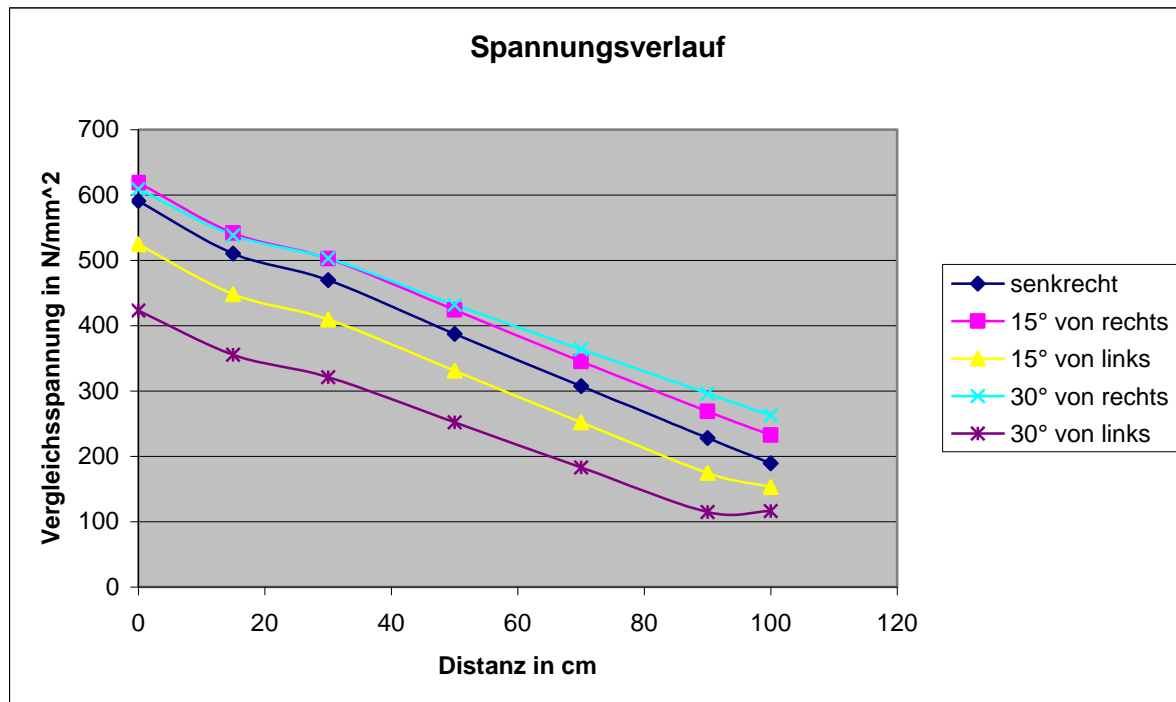


Die Kraft wurde für die schrägen Belastungen jeweils auf einen einzelnen Knoten und für die senkrechten Belastungen auf einzelne sowie auch auf zwei Knoten angesetzt. Da beim Sprung die Kraft hauptsächlich nur von den Handballen auf den Sprungtisch übertragen wird, wurden vor allem die Werte der Einzelknotenbelastung betrachtet. Diese sind auch höher als die Zweiknotenwerte und somit kritischer. Wie in untenstehender Tabelle zu sehen ist, üben weite Sprünge die grössten Belastungen auf die Konstruktion aus. Die höchsten Vergleichsspannungen weist dabei die linke Feder auf. Sie wird im mittleren Bereich beim Aufprall des Turners im Winkel von 15° von rechts eine maximale Belastung von rund 620 N/mm^2 erfahren. Beim Aufprall von 30° von rechts beträgt die Spannung rund 608 N/mm^2 .

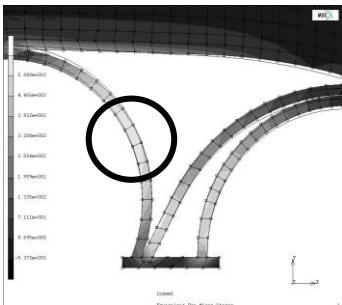
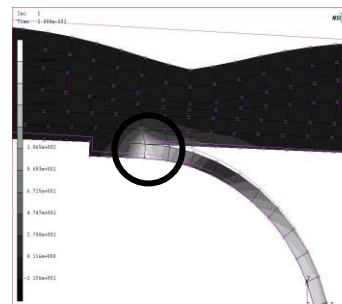
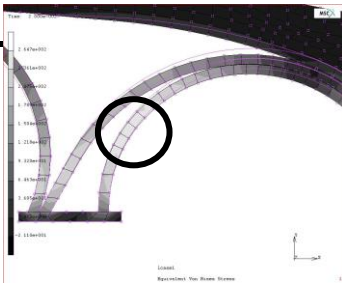
Bei Belastung der vorderen Fläche treten also die höchsten Spannungen auf. Sie sind rund vier mal höher als die höchsten auftretenden Spannungen in der rechten Feder. Dies ist auch damit zu erklären, dass dort die Kraft mit einem Hebelarm auf die Federn wirkt, wobei beim Auftreffen des Turners auf dem hinteren Bereich die Federn direkt unter dem Angriffspunkt die Hauptaufnahme der Kraft bewältigen.

Die Spannungen nehmen beim Versetzen der Kraft nach rechts stetig ab und nehmen erst kurz vor dem steil abfallenden Teil wieder etwas zu. Aber ihr Wert ist auch dort nur rund halb so hoch wie im vorderen Bereich.

Das folgende Diagramm zeigt den Spannungsverlauf der verschiedenen Belastungen im vorderen Teil des Sprungtischs.



Die hier ermittelten Werte werden nur für die Suche der Stelle, an der sich der Krafteinwirkungspunkt mit den grössten Belastungen für den Sprungtisch befindet, genutzt, denn der verwendete Netzaufbau ist noch sehr grob und nicht für eine exakte Berechnung geeignet. Für die Ermittlung der gesuchten Stelle ist es allerdings völlig ausreichend.

Sprung Senkrecht	Sprung 15° von rechts	Sprung 15° von links	Sprung 30° von rechts	Sprung 30° von links	Zweiknotenbelastung ≈ Handlänge	
590.46	618.69	524.41	608.68	422.86	580.44	
570.52						
550.38	580.17				540.33	
530.28						
510.1	541.53	447.85	538.42	355.52	496.45	
496.5	528.57					
482.92					459.13	
469.38	502.62	409.07	502.98	321.28		
448.88					418.05	
428.32	463.46					
408.02					377.91	
387.05	424.14	330.72	431.73	251.98		
356.13					337.71	
347.76	384.73					
327.66					297.56	
307.58	345.31	252.07	363.62	182.71		
287.54					257.64	
267.57	306.02					
247.71					218.29	
228.03	268.73	174.63	295.87	114.82		
208.559					182.42	
189.37	232.29	153.1	262.58	116.25		
185.23						191.18
189.66	214.35					
192.71			215.77			194.33
194.3	209.99					
194.35	210.525					187.68
192.877						
185.43	207.11		210.23			160.53
189.89						
172.72	191.56		197.37			
156.24	175.99					
159.1	157.38					
194.94	151.49					150.23
229.94	184.39					185.94
264.46	215.558					221.13
299.4	251.97					256.03
334.09	288.57					290.67
					323.72	

3.6.1 Kräfteeinfluss auf unteren Bereich des Sprungtisches

Um den Einfluss der vom Turner aufgebrauchten Kräfte auf das Federsystem und die glasfaserverstärkte Platte zu untersuchen, wurde die Aufprallkraft an unterschiedlichen Stellen auf dem Schaumstoff angesetzt. Zuerst wurde sie an der vorderen Kante angesetzt und dann schrittweise nach hinten versetzt. Schliesslich wurde sie auch noch waagrecht zur Betrachtung bei einem Unfall angesetzt.

Achtung: Um bei der Spannungsverteilung auch die kleineren Spannungen sichtbar zu machen, wurde die Skalierung der angezeigten Spannungen herabgesetzt. Die Verfärbungen der verschiedenen Bilder können also nicht miteinander verglichen werden.



Bild 1: Vergleichsspannungen bei Belastung an der vorderen Kante

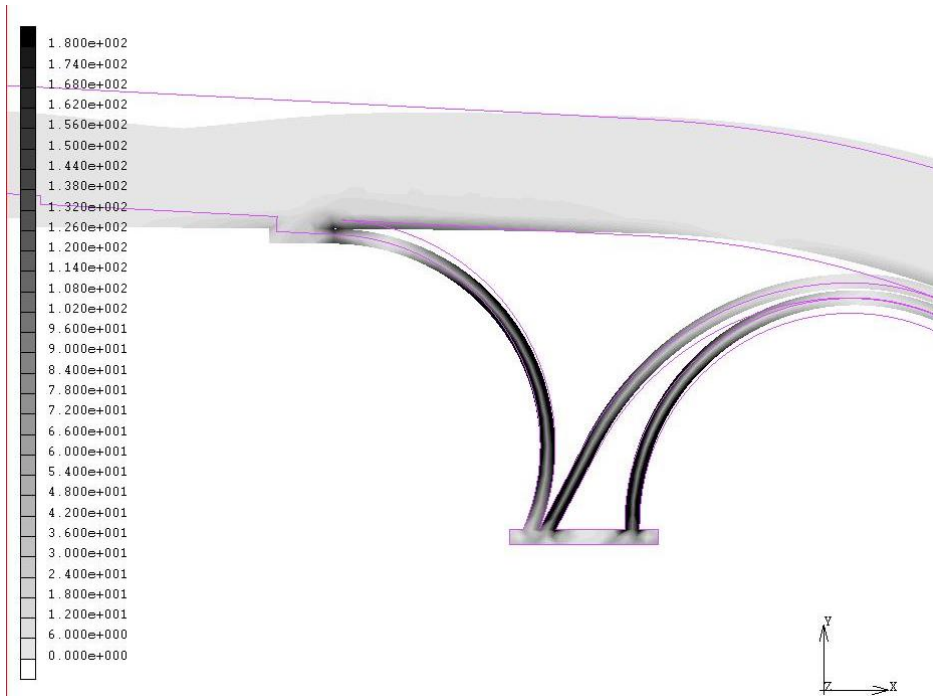


Bild 2: Vergleichsspannungen bei Belastung bei der Einbuchtung im Schaumstoff



Bild 3: Vergleichsspannungen bei Belastung bei der Einbuchtung im Schaumstoff

Bei der Belastung an diesem Punkt bleibt der Sprungtisch sehr stabil. Es entstehen nur sehr minime Verschiebungen.

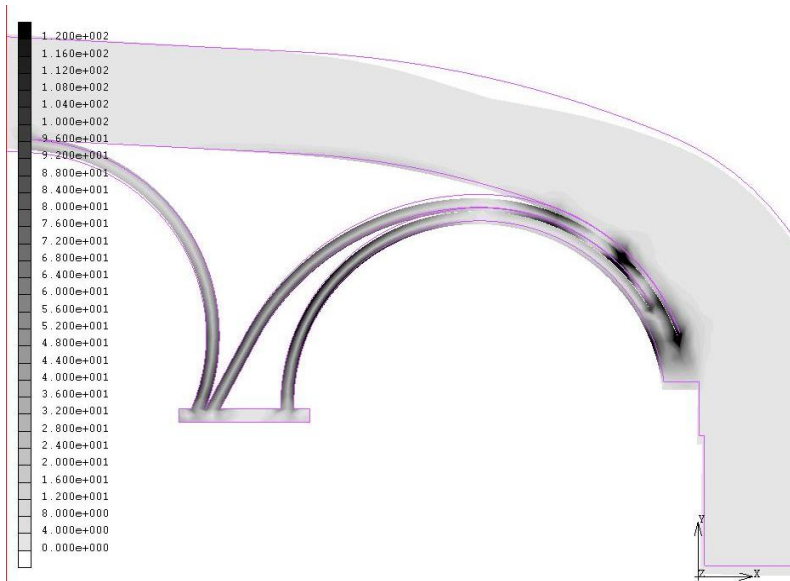


Bild 4: Vergleichsspannungen bei Belastung bei der Einbuchtung im Schaumstoff

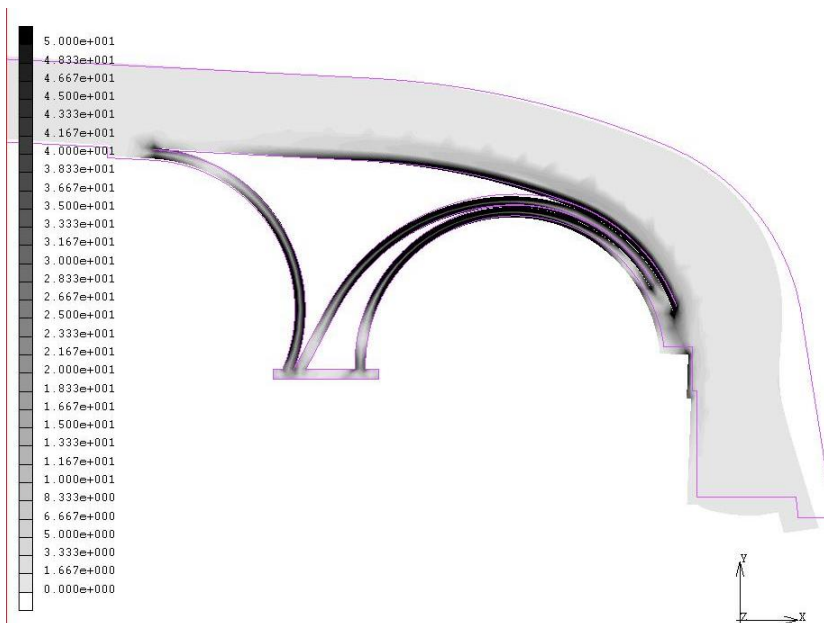
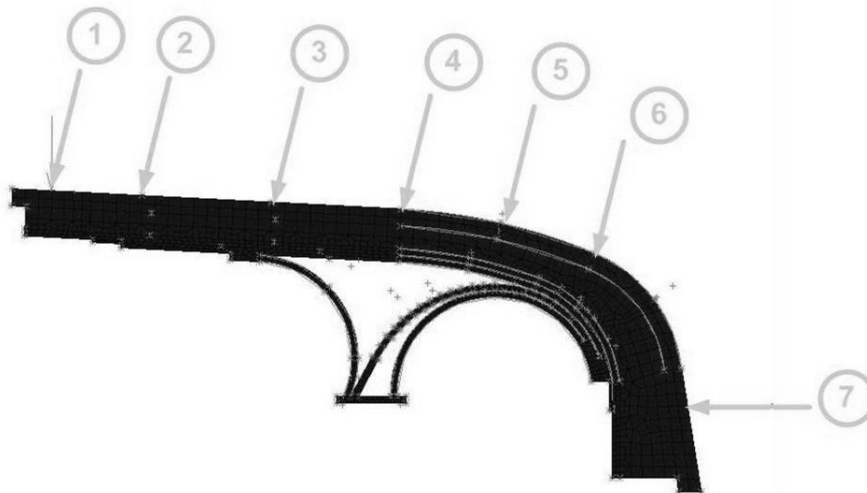


Bild 6: Vergleichsspannungen bei horizontaler Belastung

Es ist zu erkennen, dass die glasfaserverstärkte Platte nur geringen Vergleichsspannungen ausgesetzt ist. Auch das obere Federelement, auf welcher die Glasfaserplatte aufliegt, wird nur durch relativ geringe Spannungen belastet. Den Grossteil der Spannungen haben die drei unteren Federn aufzunehmen. Sie werden je nach Ort der Krafteinwirkung unterschiedlich stark belastet, was im Kapitel „Maximalspannungen“ genauer erläutert wird.

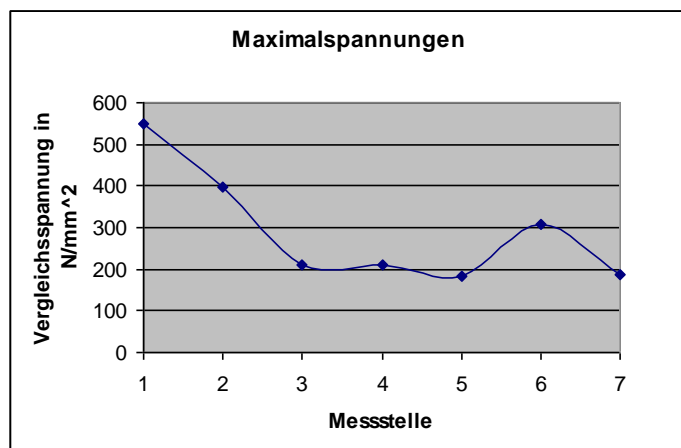
3.6.2 Maximalspannungen

Um die Maximalspannungen im unteren Bereich (Glasfaserplatte und Stahlfedern) des Sprungtisches zu ermitteln, wurden die im untenstehenden Bild ersichtlichen Messstellen 1-7 definiert.

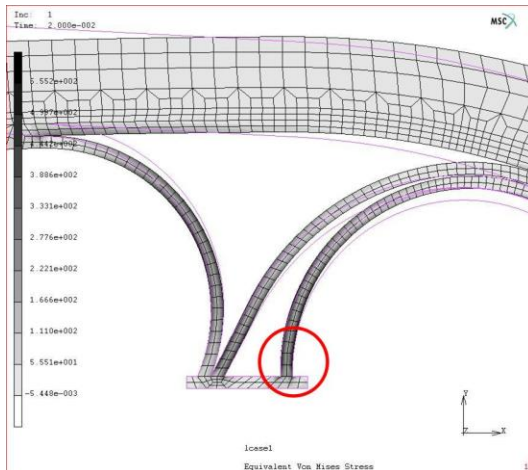


Die einwirkende Kraft von 5000 N wurde an den Messstellen 1-6 im Winkel von 15° angesetzt, da bei der Ermittlung der kritischsten Stelle bei diesem Winkel anfangs die höchsten Spannung aufgetreten sind. Bei der Messstelle 7 wurde die Kraft von 7000 N horizontal angesetzt. Die ermittelten maximalen Vergleichsspannungen der jeweiligen Messstellen sind in der folgenden Tabelle ersichtlich. Im Diagramm ist der Spannungsverlauf der Messstellen dargestellt.

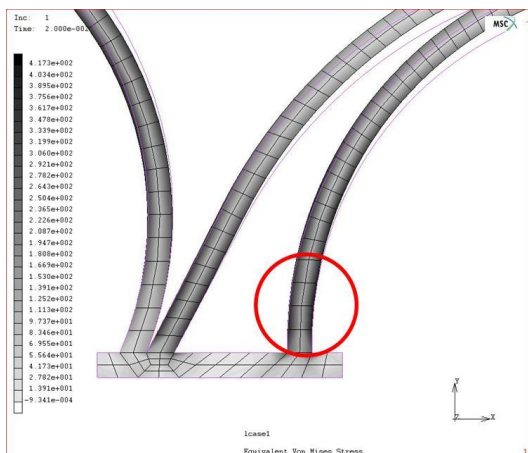
Messstelle	Vergleichs-Spannung	
1	549.13	N/mm ²
2	396.5	N/mm ²
3	209.42	N/mm ²
4	209.14	N/mm ²
5	184.9	N/mm ²
6	307.9	N/mm ²
7	188.4	N/mm ²



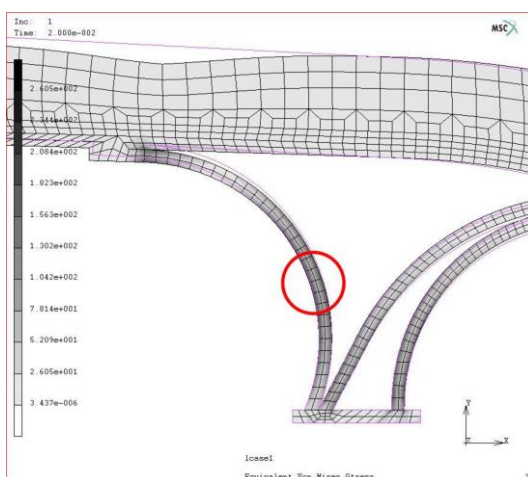
Je nach Ort der Krafteinleitung treten die maximalen Vergleichsspannungen an unterschiedlichen Stellen auf. Im Folgenden werden nun diese kritischen Stellen gezeigt.



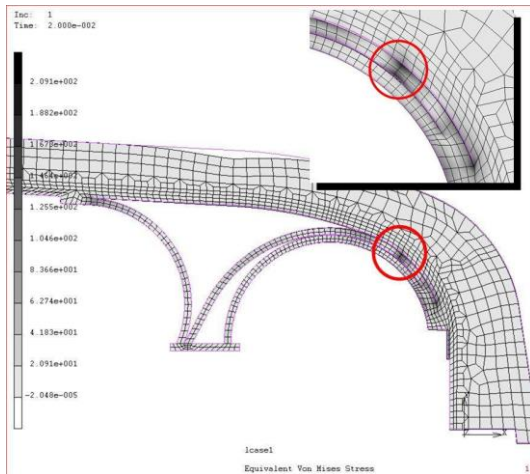
Trifft die Kraft vorne auf der ebenen Fläche an der Messstelle 1 auf, so entstehen in der rechten Feder im unteren Teil Vergleichsspannungen von rund 550 N/mm^2 .



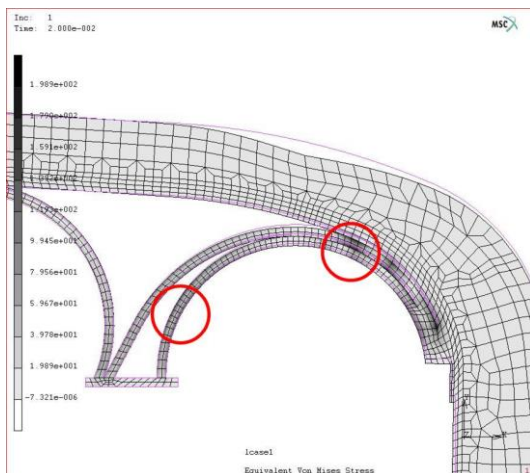
Auch beim Kraftangriff an der Messstelle 2 tritt die höchste Spannung im unteren Teil der rechten Feder auf. Sie beträgt rund 397 N/mm^2 .



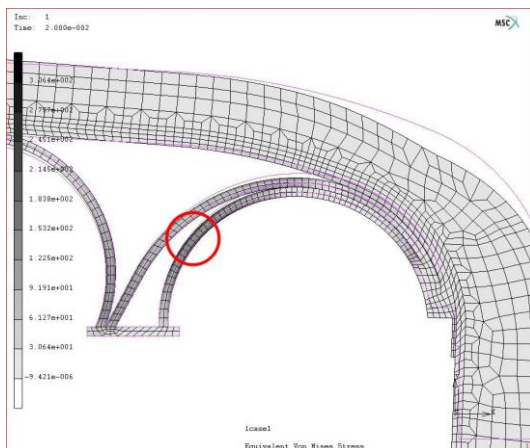
Trifft der Turner an der Messstelle 3 auf den Sprungtisch auf, so tritt die höchste Spannung von rund 210 N/mm^2 nun etwa in der Mitte der linken Feder auf.



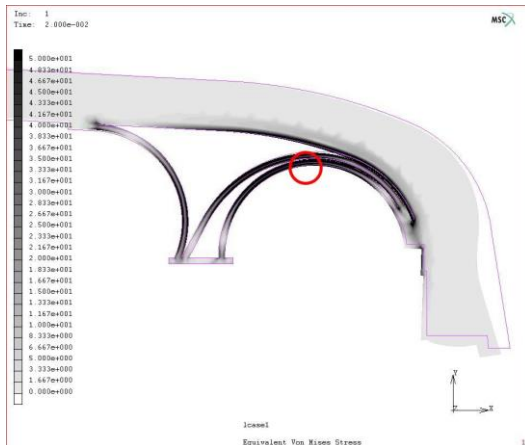
Die Messstelle 4 zeigte sich als sehr stabiler Punkt. Die Verschiebungen bei Krafterwirkung an dieser Stelle sind sehr minim. Es treten auch keine hohen Spannungen in den freistehenden Federn auf. Es tritt aber an der Kontaktstelle der rechten, mittleren und oberen Feder eine Vergleichsspannung von rund 210 N/mm² auf. Diese ist allerdings nicht ganz korrekt, da dafür dort noch weitere Einflüsse wie z.B. Reibung beachtet werden müssten.



Auch bei der Ermittlung der Spannungen an der Messstelle 5 entstehen höhere Spannungen an den Federkontaktstellen und zwar in der Höhe von rund 185 N/mm². Aber auch hier müsste für einen korrekten Wert noch die Reibung miteinbezogen werden. In diesem Fall treten auch im unteren Teil der linken Feder zusätzlich noch höhere Spannungen von rund 150 N/mm².



Bei der Krafterwirkung an der Messstelle 6, wo die Turner normalerweise auftreten sollten, herrscht in der rechten Feder die bei dieser Belastung grösste Spannung von rund 308 N/mm².



Bei einem allfälligen Unfall, bei welchem der Turner den Absprung verpasst und von vorne in den Sprungtisch knallt, wird in der Mitte der rechten Feder eine Vergleichsspannung von rund 190 N/mm² eingeleitet.

3.6.3 Sicherheit

Die Berechnung der Sicherheit gegen Fliessen ergab, dass bei hohen Belastungen im Bereich der Messstellen 1 und 2 die Sicherheit aussen an den Federn nicht gewährleistet ist. Es ist allerdings zu beachten, dass die errechneten Sicherheiten nicht für die Vollplastizität gelten. Da die Spannungen im Innern der Federn kleiner sind als die äusseren Maximalspannungen und dort also eine gewisse Sicherheit vorhanden ist, wird der Sprungtisch den Belastungen standhalten.

Messstelle	Sicherheit
1	$S_F = 0.67$
2	$S_F = 0.93$
3	$S_F = 1.77$
4	$S_F = 1.77$
5	$S_F = 2.00$
6	$S_F = 1.20$
7	$S_F = 1.96$

3.6.4 Fazit

Der Sprungtisch wird aufgrund der ermittelten Werte bei richtiger Handhabung den Belastungen der Turner standhalten. Wenn im vorderen Bereich des Tisches (Messstellen 1-2) eine zu grosse Belastung ausgeübt wird, ist allerdings eine geringe Gefahr einer vollplastischen Verformung vorhanden. Bei zweckmässigem Gebrauch sind aber keine Schäden zu befürchten.

3.7 Elementtypenvergleich

3.7.1 3D- Netz (Elementtyp 7)

Beim 3-D Model fehlen folgende Teile:

1. 2mal Querverbindung von den zwei Blattfederpakete
2. Bohrung in der linken Blattfeder
3. gesamte Breite der Befestigungsplatten und somit auch die mittlere Befestigung durch die zwei Schrauben
4. die richtige Schutzschicht

In Bild 1 und 1a kann man die Verschiebungen sehen, welche durch die Belastung entstanden sind.

Vor allem in Bild 1a ist die Verformung der punktförmigen Kraft zu erkennen. Diese punktförmige Belastung ist in Wirklichkeit über die Handfläche verteilt und gibt somit einen flacheren Eindruck in die Schutzschicht. Dazu kommt, dass unsere Schutzschicht nicht dem Original entspricht.



Bild 1: 3D- Netz mit Verschiebung

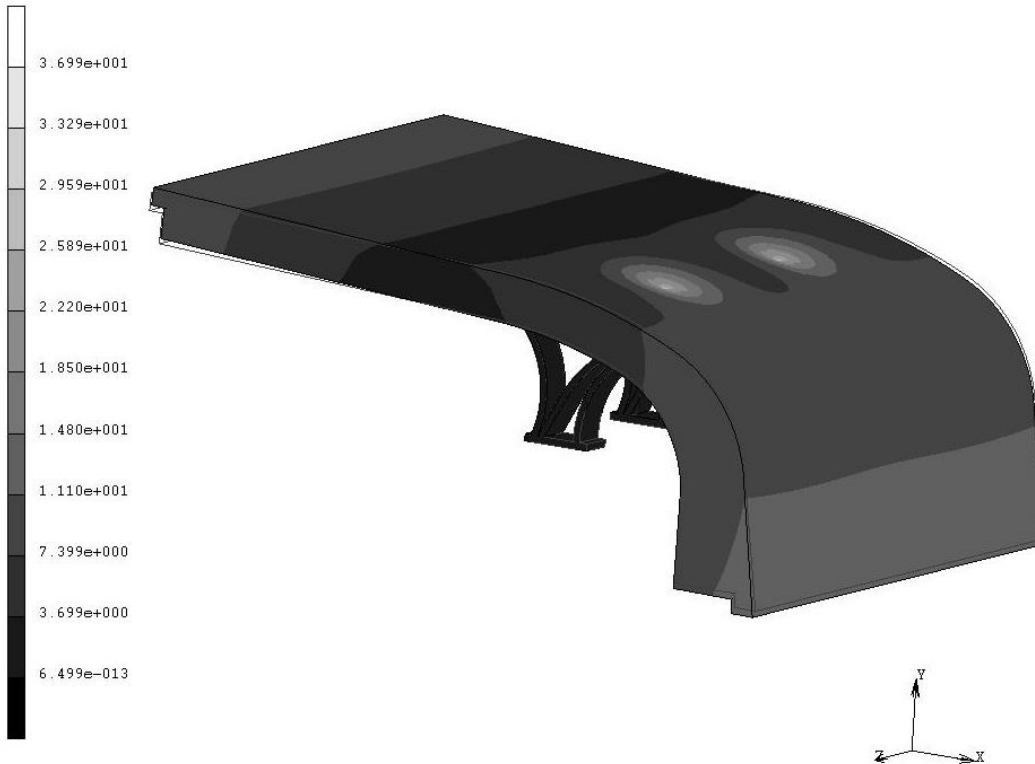


Bild 1a: 3D- Netz mit Verschiebung

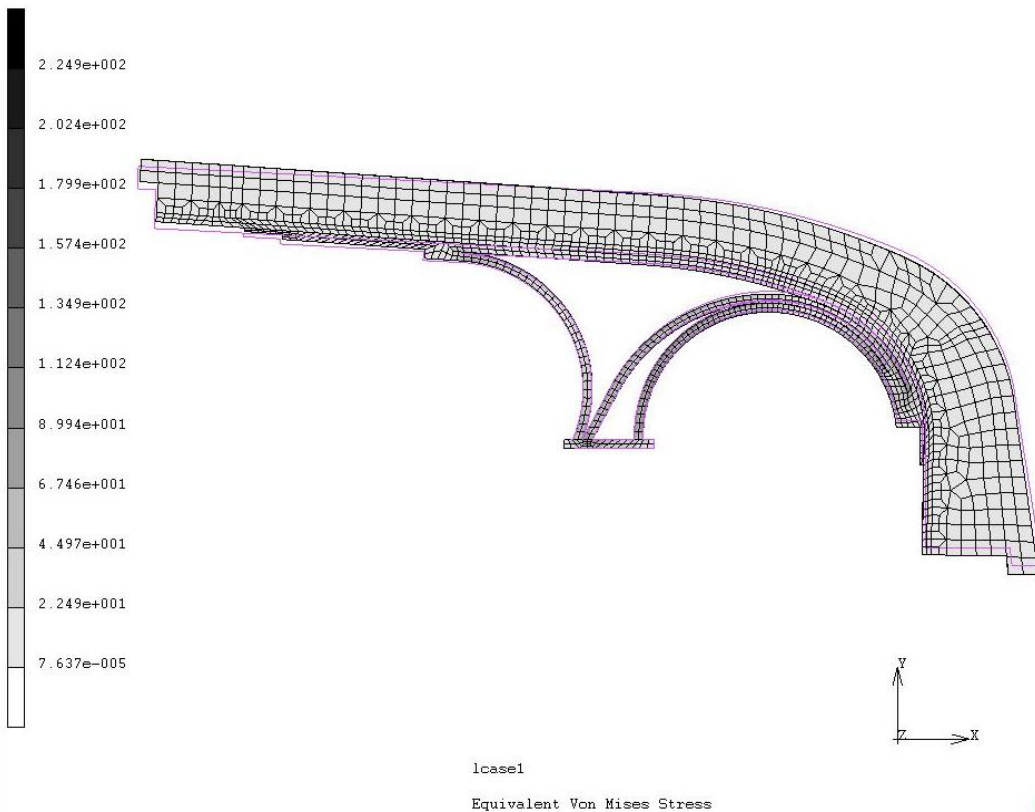


Bild 2: 3D- Netz mit Vergleichsspannung

Zuerst könnte man glauben, dass die maximale Vergleichsspannung 224.9 N/mm^2 ist (Bild 3). Bei genauerer Betrachtung sieht man, dass diese Spannung an der Grundplatte bei den Befestigungen auftritt (Bild 3 & Bild 3a).

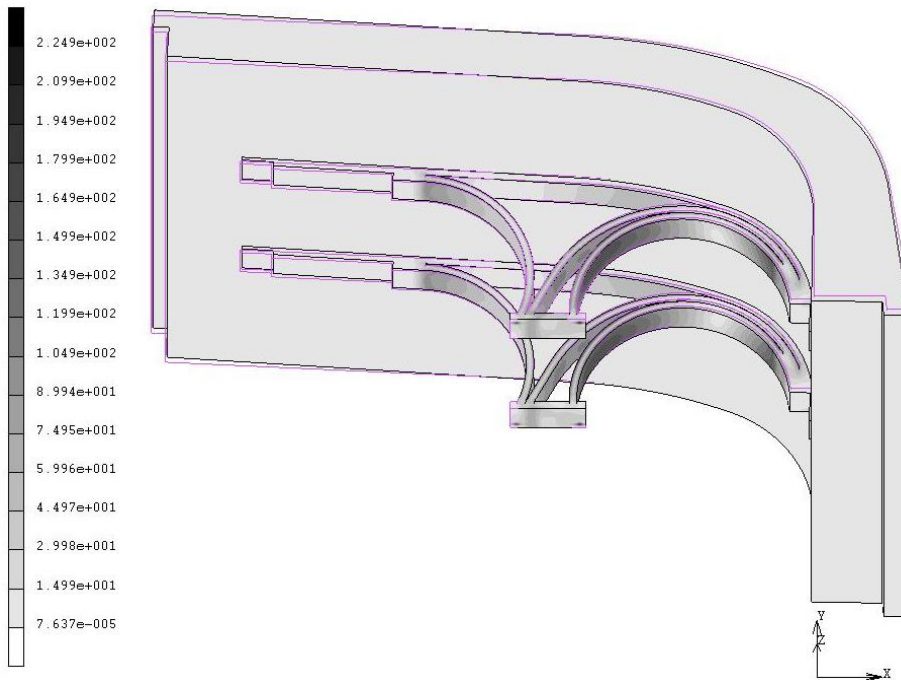


Bild 3: Netz von unten mit Vergleichsspannung

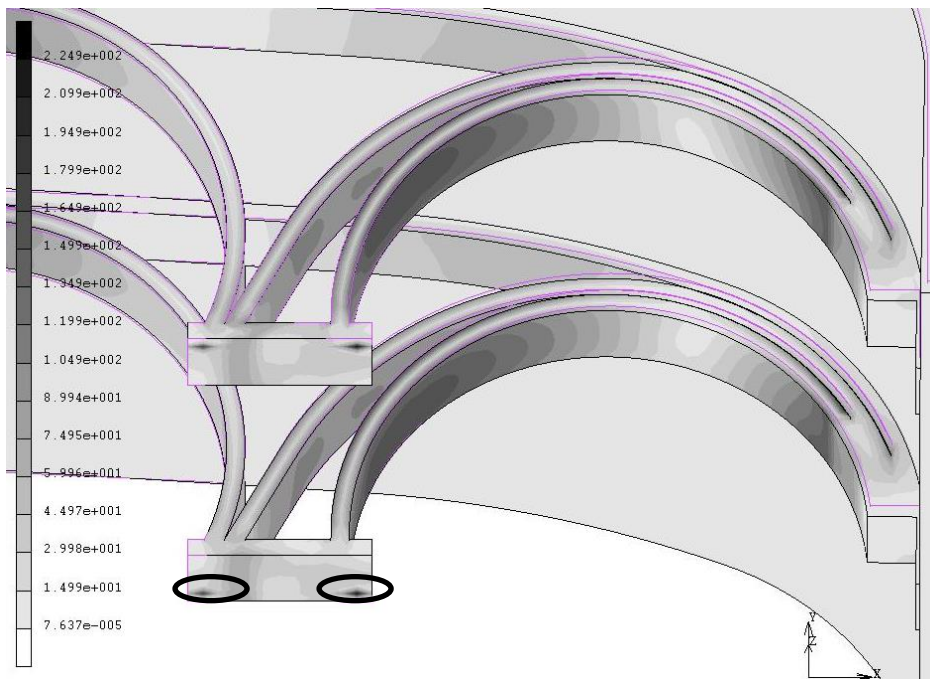


Bild 3a: Netz von Unten mit Vergleichsspannung

Die maximalen Spannungen treten an der Aussenseite der kleinsten Blattfeder auf (Bild 4 & Bild 4a).

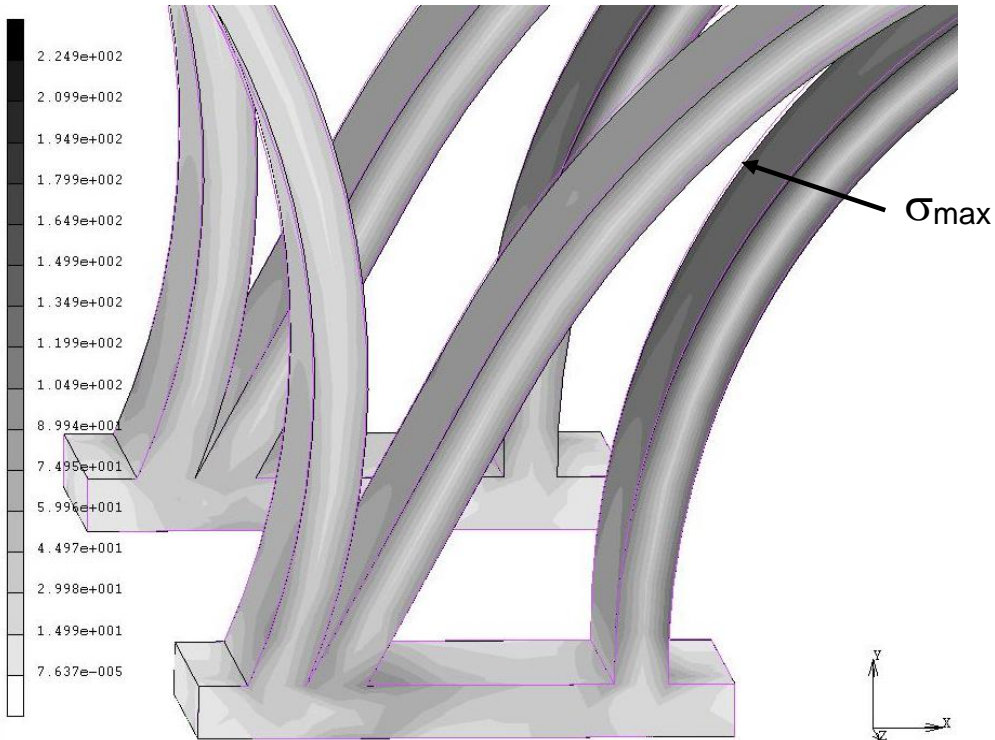


Bild 4: Vergleichsspannung in den Blattfedern

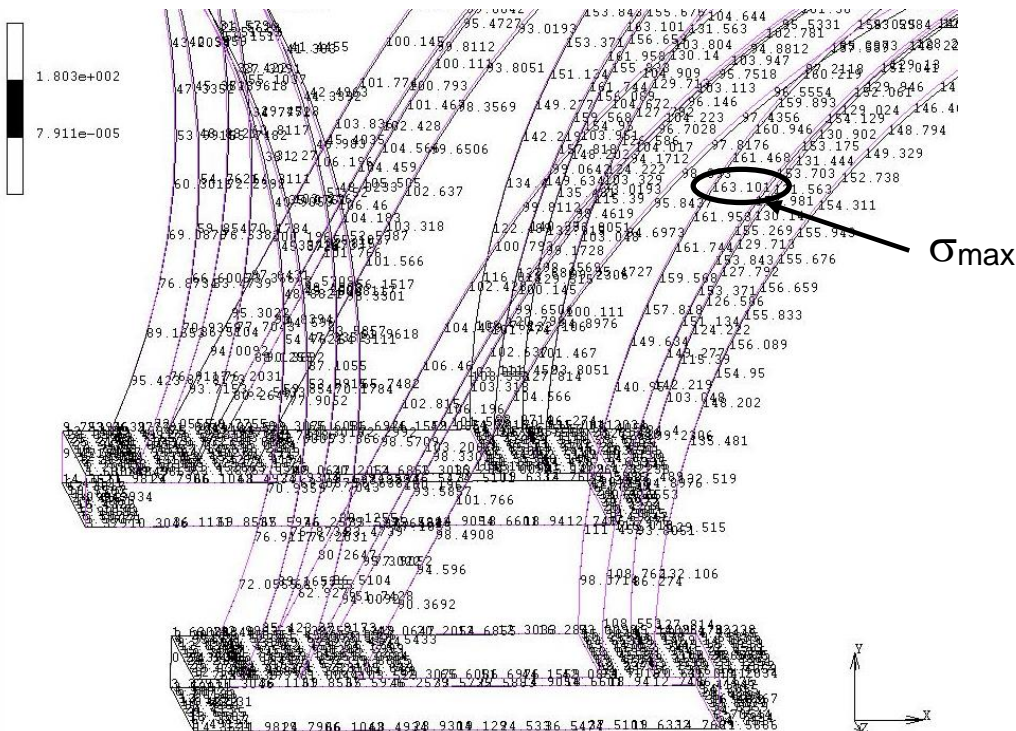


Bild 4a: Vergleichsspannung numerisch in den Blattfedern

3.7.2.1 2D- Netz mit Elementtyp 3

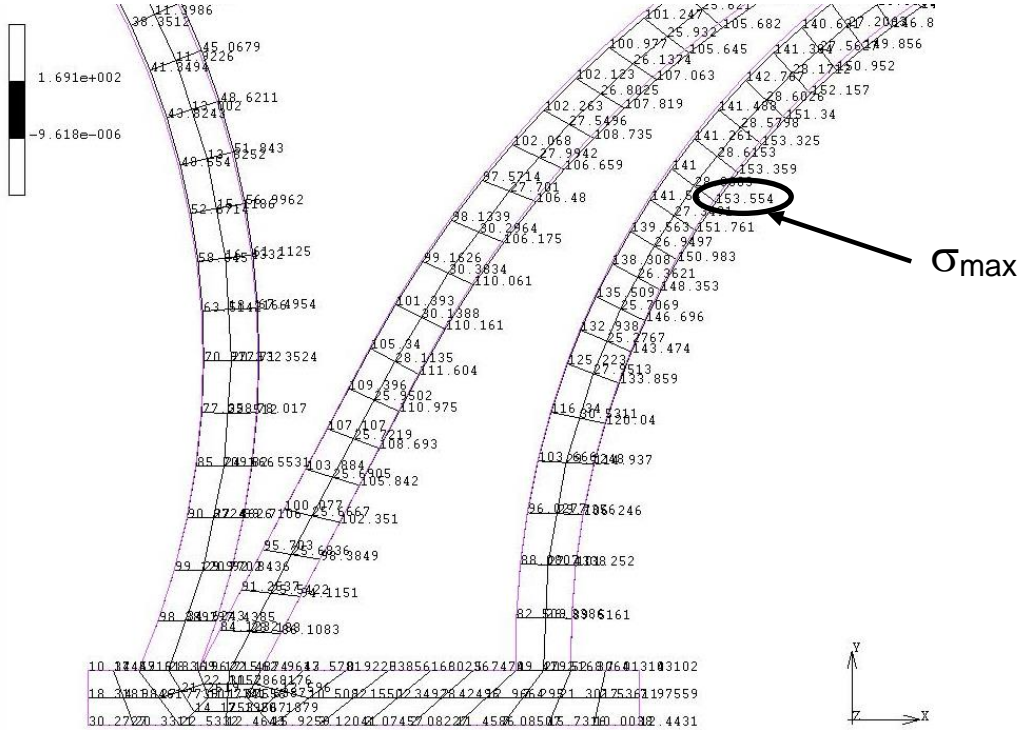


Bild 5: Vergleichsspannung numerisch in den Blattfedern

3.7.2.3 2D- Netz mit Elementtyp 11

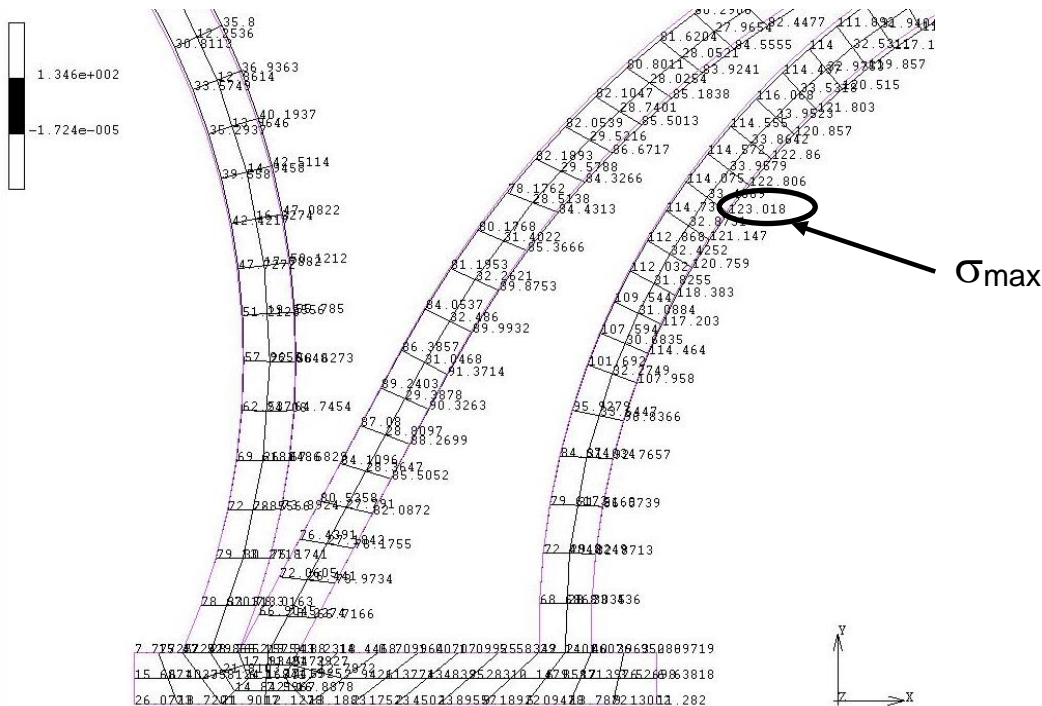


Bild 6: Vergleichsspannung numerisch in den Blattfedern

3.7.2.4 2D- Netz mit Elementtyp 75

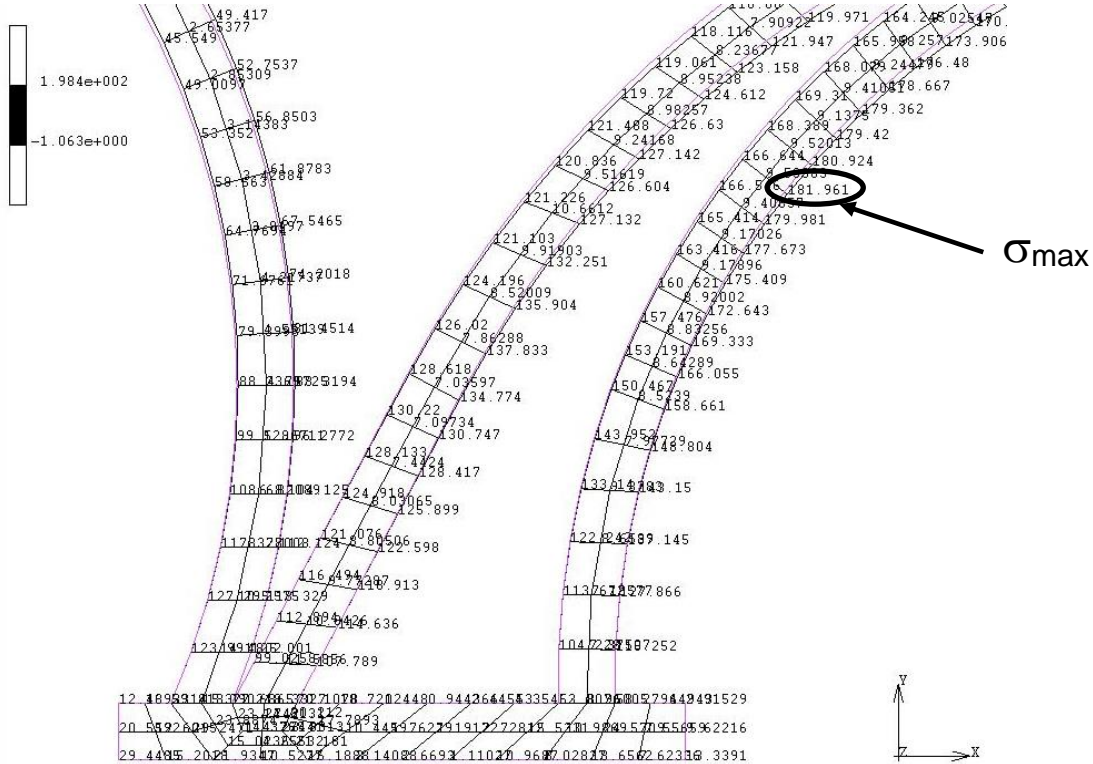


Bild 7: Vergleichsspannung numerisch in den Blattfedern

3.7.1 Auswertung Elementtypenvergleich

max. Vergleichsspannung	global	in der unteren Blattfeder
Elementtyp 7	180.3 N/mm ²	163.101 N/mm ²
Elementtyp 3	169.1 N/mm ²	153.554 N/mm ²
Elementtyp 11	134.6 N/mm ²	123.018 N/mm ²
Elementtyp 75	198.4 N/mm ²	181.961 N/mm ²

Tabelle 1: Elementtypenvergleich mit Vergleichsspannung

- Die maximale globale Vergleichsspannung ist bei den meisten Netzen auf der rechten Seite und zwar dort, wo die Blattfedern zusammen gemacht werden. Dieser Bereich mit der Schweissnaht und der Verschraubung haben wir aber vereinfacht und als ein Stück betrachtet. Für eine bessere Aussage über die Spannungen in diesem Bereich, müsste man das Netz dort genauer zeichnen.
- Im Gegensatz zum 3D- Netz treten bei allen 2D- Netzen die maximale Vergleichsspannung an der Innenseite der unteren Blattfeder auf. Jedoch sind die Abweichungen von äusserer und innerer Vergleichsspannung nur sehr gering.
- Der Elementtyp 75 gibt die grössten Vergleichsspannungen und ist somit der kritischste.
Der von uns gewählte Elementtyp 3 kommt aber am nächsten an das 3D- Netz heran und ist somit von uns aus gesehen der Realität am nächsten.

4. Verbesserungsvorschläge

- für eine einfachere Fertigung können die Blattfedern nicht im Kreis, sondern alle 30° zu einem Polygon gebogen werden.
- die grossen Blattfedern können in einen geraden und einen gebogenen Teil unterteilt werden. Dieser zwei Teile können mit Querstreben (wie am Anfang und am Ende der grossen Blattfedern), welche sich überlagern an der Glassfaserplatte angeschraubt werden
- das Verhältnis von Breite zu Dicke der Blattfedern könnte evt. optimiert werden, damit möglichst wenig Material gebraucht wird
- in der letzten Woche haben wir herausgefunden, dass Schutzschicht anders aufgebaut ist, als wir sie angenommen haben

4.1 Weitere Untersuchungen

- Berechnung mit den Massen von Spieth
- oder mindestens die rechte Blattfeder um zirka 4cm nach rechts korrigieren
- Einfluss der Schutzschicht, mit dem richtigen Schutzschichtaufbau
- Berechnung mit den genauen Werkstoffeigenschaften
- dynamische Beanspruchungen (beachten der Massenträgheit)
- genaue Belastungsarten messen (Ort, Kraft, Zeit, Winkel, Fläche,...) und mit diesen Belastungen rechnen
- genaues 3D- Modell berechnen
- genauere Handrechnung: weniger Vereinfachungen und die Schutzschicht mit einbeziehen
- beachten der Bohrung in der linken Blattfeder
- Verbesserungsvorschläge beachten

5. Erfahrungen

1. ein dreidimensionales Gebilde soll möglichst auf ein zweidimensionales Problem vereinfacht werden, damit die Rechenzeit minimiert werden kann
2. eine Schaumstoffschicht dämpft nicht nur, sondern überträgt eine lokale Kraft auch gleichmässiger auf den Untergrund
3. die Spannungen von einem Werkstück zu beurteilen, das schon im Einsatz war und gehalten hat und von dem die Belastungen bekannt sind, ist ziemlich einfach, da die maximal auftretende Spannung stets kleiner als die zulässige Spannung sein muss

5.1 Daraus ergeben sich folgende Erkenntnisse:

1. lieber etwas länger das zu berechnende Objekt versuchen zu vereinfachen, als eine längere Rechenzeit in Kauf nehmen
2. muss eine punktförmige Kraft verteilt und gedämpft werden, dann sollte man möglichst weiches Dämpfungsmaterial verwenden
3. vor der FEM- Berechnung einen Prototypen zu bauen und diesen auszumessen ist für die FEM- Berechnung sehr hilfreich, bei teuren Werkstücken aber nicht sinnvoll.